

D. 给定正数 λ 和 μ , 总存在单位向量 \mathbf{b} 和单位向量 \mathbf{c} , 使 $\mathbf{a} = \lambda\mathbf{b} + \mu\mathbf{c}$

7. (多选) 已知向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 是平面 α 内的一组基向量, O 为 α 内的定点, 对于 α 内任意一点 P , 当 $\overrightarrow{OP} = xe_1 + ye_2$ 时, 则称有序实数对 (x, y) 为点 P 的广义坐标. 若点 A, B 的广义坐标分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, 关于下列命题正确的是()

A. 线段 AB 的中点的广义坐标为 $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

B. A, B 两点间的距离为 $\sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$

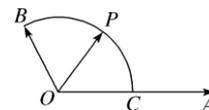
C. 向量 $\overrightarrow{OA} \parallel \overrightarrow{OB}$ 的充要条件是 $x_1y_2 = x_2y_1$

D. 向量 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ 的充要条件是 $x_1x_2 + y_1y_2 = 0$

三. 填空题

8. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, P 为 DC 边上的动点, 设向量 $\overrightarrow{AC} = \lambda\overrightarrow{DB} + \mu\overrightarrow{AP}$, 则 $\lambda + \mu$ 的最大值为_____.

9. 如图, 向量 \overrightarrow{OA} 与 \overrightarrow{OB} 的夹角为 120° ; $|\overrightarrow{OA}| = 2, |\overrightarrow{OB}| = 1$, P 是以 O 为圆心, $|\overrightarrow{OB}|$ 为半径的 \overline{BC} 上的动点, 若 $\overrightarrow{OP} = \lambda\overrightarrow{OA} + \mu\overrightarrow{OB}$, 则 $\lambda\mu$ 的最大值是_____.



10. 设向量 $\mathbf{a} = (-3, 4)$, 向量 \mathbf{b} 与向量 \mathbf{a} 方向相反, 且 $|\mathbf{b}| = 10$, 则向量 \mathbf{b} 的坐标为_____.

四. 解答题

11. 若点 M 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 且满足 $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

(1) 求 $\triangle ABM$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比;

(2) 若 N 为 AB 的中点, AM 与 CN 交于点 O , 设 $\overrightarrow{BO} = x\overrightarrow{BM} + y\overrightarrow{BN}$, 求 x, y 的值.

12. A, B 为单位圆(圆心为 O)上的点, O 到弦 AB 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, C 是劣弧 AB (包含端点)上一动点, 若 $\overrightarrow{OC} = \lambda\overrightarrow{OA} + \mu\overrightarrow{OB}$ ($\lambda, \mu \in \mathbf{R}$), 求 $\lambda + \mu$ 的取值范围.

纠错补偿

1. 订正： 题号

2. 补偿训练：