江苏省仪征中学 2020—2021 学年度第一学期高二数学

周三练习（1）

一、单项选择题（本大题共 8 小题，共 40 分）

1. 直线 $x+\sqrt{3}y$-5=0 的倾斜角为（　　）

A. $-30°$　　B. $60°$　　C. $120°$　　D. $150°$

2. 已知直线 l_1：$x+2ay$ -1=0 与 l_2：（$2a$-1）$x-ay$ - 1=0 平行，则 a 的值是（　　）

A. 0 或 $\frac{1}{4}$　　B. 1 或 $\frac{1}{4}$　　C. 0 或 1　　D. $\frac{1}{4}$

3. 在$\triangle ABC$ 中，a、b、c 是角 A、B、C 的对边，且 $a\cos A=b\cos B$，则该三角形是（　　）

A. 直角三角形　　B. 等腰三角形

C. 等腰三角形或直角三角形　　D. 等腰直角三角形

4. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n}(n\in N^*)$,且$a_1=2$,则$a_{2020}=$(　)

A. -1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

5. 《张丘建算经》中女子织布问题为:某女子善于织布,一天比一天织得快,且从第 2 天开始,每天比前一天多织相同量的布,已知第一天织 5 尺布,一月(按 30 天计)共织 390 尺布,则从第 2 天起每天比前一天多织(　)尺布。

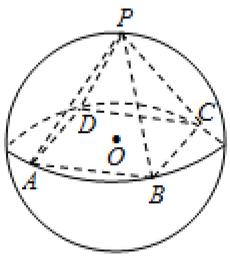
A. $\frac{16}{31}$　　B. $\frac{16}{29}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{8}{15}$

6. 已知 m、n、l 为不重合的直线，α、β、γ 为不重合的平面，则下列说法正确的是（　　）

A. $m\perp l$，$n\perp l$，则$m//n$　　B. $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则$\alpha\perp\beta$

C. $m//\alpha$，$n//\alpha$，则$m//n$　　D. $\alpha//\gamma$，$\beta//\gamma$，则$\alpha//\beta$

7. 如图，正四棱锥 P-$ABCD$ 底面的四个顶点 A、B、C、D 在球 O 的同一个大圆上（过球心的平面和球面的交线叫做大圆），点 P 在球面上，如果$V_{P-ABCD}=\frac{16}{3}$，则球 O 的表面积为（　　）



A. 4π　　B. 8π　　C. 12π　　D. 16π

8. 已知圆C_1：$x^2+y^2=4$ 与圆C_2：$(x-1)^2+(y-3)^2=4$，过动点$P(a,b)$分别作圆C_1、圆C_2的切线 PM,PN，（M,N 分别为切点），若$|PM|=|PN|$，则$a^2+b^2-6a-4b+13$的最小值是(　)

A. 5　　B. $\frac{8}{5}$　　C. $\frac{2}{5}\sqrt{10}$　　D. $\frac{1}{3}$

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分.

9．若 $a<b<0$，则下列结论正确的是（　　）

A．$\frac{1}{a}>\frac{1}{a-b}$　　B．$\frac{b}{a}>\frac{a}{b}$　　C．$\frac{1}{a^2}>\frac{1}{b^2}$　　D．$a^2>ab>b^2$

10．已知角 A，B，C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角，下列结论一定成立的有（　　）

A．$\sin(B+C)=\sin A$　　B．$\cos(A+B)=\cos C$

C．若 $A>B$，则 $\sin A>\sin B$　　D．若 $\sin 2A=\sin 2B$，则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形

11．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P，Q 分别为棱 BC 和 CC_1 的中点，则下列说法正确的是（　　）

A．BC_1 // 平面 AQP　　B．$A_1D\perp$ 平面 AQP

C．异面直线 A_1C_1 与 PQ 所成角为 $90°$　　D．平面 APQ 截正方体所得截面为等腰梯形

12．已知圆 M：$x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1=0$ 与圆 N：$x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2=0$ 的圆心不重合，直线 l：$(D_1-D_2)x+(E_1-E_2)y+F_1-F_2=0$．下列说法正确的是（　　）

A．若两圆相交，则 l 是两圆的公共弦所在直线

B．直线 l 过线段 MN 的中点

C．过直线 l 上一点 P（在两圆外）作两圆的切线，切点分别为 A，B，则 $PA=PB$

D．直线 l 与直线 MN 相互垂直

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

13. 已知一组数据 6，7，8，8，9，10，则该组数据的方差是______.

14. 在 ΔABC 中，$\angle A=\frac{2\pi}{3}$，$a=\sqrt{3}c$，则 $\frac{b}{c}=$______.

15. 当直线 $l:(2m+1)x+(m+1)y-7m-4=0\ (m\in R)$ 被圆 $C:(x-1)^2+(y-2)^2=25$ 截得的弦最短时，m 的值为____________.

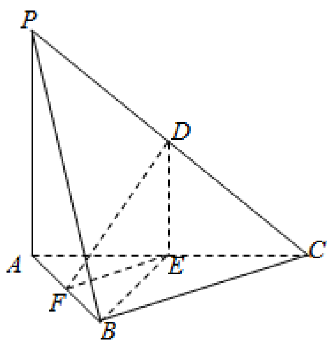
16. 已知二次函数 $f(u)=u^2+2(x+y)u+1$ 的值域为 $[0,+\infty)$，且当 $x>0$，$y>0$ 时，不等式 $\frac{x^2}{x+2}+\frac{y^2}{y+1}\ge t$ 恒成立，则实数 t 的最大值为______

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17.（10 分）如图，在三棱锥 P-ABC 中，D、E、F 分别为棱 PC、AC、AB 的中点，已知 $PA\perp AC$，$PA=6$，$BC=8$，$DF=5$．求证：

（1）直线 $PA\parallel$ 平面 DEF；

（2）平面 $BDE\perp$ 平面 ABC．



18.（12 分）已知不等式$x^2-3ax+b>0$的解集为$\{x|x<1或x>2\}$.

（1）求a，b的值；

（2）解关于x的不等式$(x-b)(x-m)<0 \quad (m\in R)$.

19.（12 分）已知$\{a_n\}$是等差数列,其中$a_1=25,a_4=16$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式;

（2）当n为何值时,数列$\{a_n\}$的前n项和S_n取得最大值.

20.（12 分）已知ΔABC中，顶点$A(2,1),B(-2,0)$，$\angle C$的平分线所在直线的方程为$x+y=0$.

（1）求顶点C的坐标；

（2）求ΔABC的面积.

21．（12 分）在数列$\{a_n\}$中$a_1=2,a_{n+1}=2-\frac{1}{a_n}$,记$b_n=\frac{1}{a_n-1}$,其中 $n\in N^*$.

(1)求证：数列$\{b_n\}$是等差数列；　　　　(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(3)若$\lambda a_n+a_n\geq\lambda$对任意$n\geq1$的整数恒成立,求实数$\lambda$的取值范围.

22．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A(0，－2)，B(4，0)，圆 C 经过点(0，－1)，(0，1)及($\sqrt{2}-1$，0)．斜率为 k 的直线 l 经过点 B.

（1）求圆 C 的标准方程；

（2）当 k＝2 时，过直线 l 上的一点 P 向圆 C 引一条切线，切点为 Q，且 PQ＝$\sqrt{2}$ PA，求点 P 的坐标；

（3）设 M，N 是圆 C 上任意两个不同的点，若以 MN 为直径的圆与直线 l 都没有公共点，求 k 的取值范围.

江苏省仪征中学 2020—2021 学年度第一学期高二数学

周三练习（1）（答案）

一、单项选择题　1-4：DACD　5-8：BDDB

二、多项选择题：**9.AD　10.AC　11.AD　12.ACD**

三、填空题：　13. $\frac{5}{3}$　14. 1　15. $-\frac{3}{4}$　16. $\frac{1}{4}$

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17. 证明：（1）∵D、E 为 PC、AC 的中点，∴$DE\parallel PA$，

又∵$PA\not\subset$平面 DEF，$DE\subset$平面 DEF，　∴$PA\parallel$平面 DEF；

（2）∵D、E 为 PC、AC 的中点，∴$DE=\frac{1}{2}PA=3$；

又∵E、F 为 AC、AB 的中点，∴$EF=\frac{1}{2}BC=4$；

∴$DE^2+EF^2=DF^2$，　∴$\angle DEF=90°$，　∴$DE\perp EF$；

∵$DE\parallel PA$，$PA\perp AC$，∴$DE\perp AC$；

∵$AC\cap EF=E$，∴$DE\perp$平面 ABC；

∵$DE\subset$平面 BDE，∴平面 $BDE\perp$平面 ABC.

18.解：（1）由题知 1 和 2 是方程式 $x^2-3ax+b=0$ 的根，

由根与系数关系得$\begin{cases}1+2=3a\\1\times 2=b\end{cases}$，解得 a=1，b=2.

（2）方程（x-b）（x-m）=0 两根为 $x_1=2$，$x_2=m$,

当 m＜2 时，所求不等式的解集为{m|m＜x＜2}，

当 m=2 时，所求不等式的解集为∅，

当 m＞2 时，所求不等式的解集为{x|2＜x＜m}.

19 解：(1) $\because \{a_n\}$是等差数列,其中$a_1=25,a_4=16$,

$\therefore$由$a_4=a_1+3d$,得$16=25+3d$,解得$d=-3$,$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=25-3(n-1)=28-3n$.

(2)由$a_n<0$,得$28-3n<0$,解得$n>\frac{28}{3}$,$\therefore a_1>a_2>\cdots>a_9>0>a_{10}>a_{11}>\cdots$

故$n=9$时,S_n取得最大值.

20.解：（1）B（-2，0）关于直线 $x+y=0$ 的对称点B'（0，2）

AB' 的直线方程为 $x+2y-4=0$，

联立$\begin{cases}x+2y-4=0\\x+y=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=-4\\y=4\end{cases}$，

∴C（-4，4）.

（2）$|AB|=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$，$AB$ 方程为：$x-4y+2=0$，

C 到 AB 的距离$d=\frac{|-4-16+2|}{\sqrt{17}}=\frac{18}{\sqrt{17}}$,

$S=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{1}{2}\sqrt{17}\cdot\frac{18}{\sqrt{17}}=9$.

21．解：(1)$a_{n+1}=2-\frac{1}{a_n}$,可得$a_{n+1}a_n=2a_n-1$,

$b_n=\frac{1}{a_n-1}$,即$b_{n+1}-b_n=\frac{1}{a_{n+1}-1}-\frac{1}{a_n-1}=\frac{(a_n-1)-(a_{n+1}-1)}{(a_n-1)(a_{n+1}-1)}=\frac{a_n-a_{n+1}}{a_na_{n+1}-a_n-a_{n+1}+1}=\frac{a_n-a_{n+1}}{a_n-a_{n+1}}=1$.

$b_1=\frac{1}{a_1-1}=1$,

故数列$\{b_n\}$是首项为 1,公差为 1 的等差数列.

(2)由(1)得$b_n=n$,故$\frac{1}{a_n-1}=n$,$1=n(a_n-1)$,得$a_n=1+\frac{1}{n}$.

(3)将数列$\{a_n\}$的通项公式代入$\lambda a_n+a_n\geq\lambda$, 得$\lambda+\lambda\frac{1}{n}+1+\frac{1}{n}\geq\lambda$,

故$\lambda+n+1\geq 0$,所以$\lambda\geq -n-1$,且$n\geq 1$,所以$\lambda\geq -2$. 故实数λ的取值范围为$\lambda\geq -2$.

22．解：（1）设圆 C 的方程为$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，∵圆 C 经过点(0，－1)，(0，1)及($\sqrt{2}-1$，0)

$$\therefore\begin{cases}1-E+F=0\\1+E+F=0\\(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{2}-1)D+F=0\end{cases}，解得\begin{cases}D=2\\E=0\\F=-1\end{cases}，$$

∴圆 C 的方程为：$x^2+y^2+2x-1=0$，其标准方程为$(x+1)^2+y^2=2$，

（2）设 P(x，y)，由 PQ 与圆 C 切于点 Q，得 $PQ^2=PC^2-CQ^2$，又 PQ＝$\sqrt{2}$ PA，

$\therefore(x+1)^2+y^2-2=2[x^2+(y+2)^2]$，整理得$x^2+y^2-2x+8y+9=0$，

又点 P 在直线 l：$y=2x-8$上，

由$\begin{cases}x^2+y^2-2x+8y+9=0\\y=2x-8\end{cases}$，得$\begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}$或$\begin{cases}x=\frac{3}{5}\\y=-\frac{34}{5}\end{cases}$∴P(3，－2)或($\frac{3}{5}$，$-\frac{34}{5}$)，

（3）设以 MN 为直径的圆的圆心为 K，T 是该圆上任意一点

则 K 为 MN 中点，设 CK＝d，则圆 K 的半径为$r=\sqrt{2-d^2}$

$\because|CK-r|\leq CT\leq CK+r$，$\therefore 2-2d\sqrt{2-d^2}\leq CT^2\leq 2+2d\sqrt{2-d^2}$，

∵M，N 是圆 C 上任意两个不同的点，∴$d\in[0,\sqrt{2})$，

对于任意 $d\in[0,\sqrt{2})$，$d\sqrt{2-d^2}=\sqrt{d^2(2-d^2)}\in[0,1]$，∴$0\leqslant CT^2\leqslant 4$，

故点 T 总在以 C(－1，0)为圆心，2 为半径的圆上或其内部，

故直线 l：$y=k(x-4)$，即 $kx-y-4k=0$，与该圆无公共点，

$\therefore\frac{|-k-4k|}{\sqrt{k^2+1}}>2$，解得$k<-\frac{2\sqrt{21}}{21}$或$k>\frac{2\sqrt{21}}{21}$