

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期午间练 32

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、单选题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

1. 计算 $\log_2 25 \cdot \log_3 2\sqrt{2} \cdot \log_5 9$ 的结果为()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
2. 设 $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$, 则 $\log_{12} 10 = ()$
A. $\frac{1}{2a+b}$ B. $\frac{1}{a+2b}$ C. $2a+b$ D. $a+2b$

二、多选题（本大题共 1 小题，共 5.0 分）

3. 下列结论正确的有()
A. 函数 $f(x) = (x-1)^0 + \sqrt{x+1}$ 的定义域为 $(-1,1) \cup (1,+\infty)$
B. 函数 $y = f(x)$, $x \in [-1,1]$ 的图象与 y 轴有且只有一个交点
C. “ $k > 1$ ” 是 “函数 $f(x) = (k-1)x + k (k \in R)$ 为增函数” 的充要条件
D. 若奇函数 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 处有定义, 则 $f(0) = 0$

三、单空题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

4. 已知幂函数 $f(x)$ 过定点 $(8, \frac{1}{2})$, 且满足 $f(a^2 + 1) + f(-5) > 0$, 则 a 的范围为_____.
5. 已知集合 $A = \{x | \log_2(x+1) < 2\}$, $B = \{x | -2 < x < m-1\}$, 若 $A \cap B = A$, 则实数 m 的取值范围为_____.

四、解答题（本大题共 1 小题，共 12.0 分）

6. 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.
(1) 求 $\tan \alpha$ 的值;
(2) 求 $\cos 2\alpha + \sin(\alpha + \frac{\pi}{2})$ 的值.

32 答案和解析

1. 【答案】D 解: 原式 = $\frac{\lg 25}{\lg 2} \cdot \frac{\lg 2\sqrt{2}}{\lg 3} \cdot \frac{\lg 9}{\lg 5} = \frac{2\lg 5}{\lg 2} \cdot \frac{\frac{3}{2}\lg 2}{\lg 3} \cdot \frac{2\lg 3}{\lg 5} = 6$. 故选: D.

2. 【答案】A 解: $\because \lg 2 = a, \lg 3 = b, \therefore \log_{12} 10 = \frac{\lg 10}{\lg 12} = \frac{1}{\lg 3 + 2\lg 2} = \frac{1}{2a+b}$.

3. 【答案】BCD

解: A. 函数 $f(x) = (x-1)^0 + \sqrt{x+1}$ 的 x 满足: $\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases}$, 解得 $x \geq -1$, 且 $x \neq 1$, 因此

此函数 $f(x)$ 的定义域为: $[-1, 1) \cup (1, +\infty)$, 因此不正确;

B. 函数 $y = f(x), x \in [-1, 1]$ 的图象与 y 轴有且只有一个交点, 根据函数的定义可知正确;

C. $k > 1 \Leftrightarrow$ “函数 $f(x) = (k-1)x + k (k \in R)$ 为增函数”,

因此 “ $k > 1$ ” 是 “函数 $f(x) = (k-1)x + k (k \in R)$ 为增函数” 的充要条件, 正确;

D. 若奇函数 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 处有定义, 则 $f(-0) = -f(0)$, 因此 $f(0) = 0$, 正确.

4. 【答案】 $(-2, 2)$

解: 设幂函数 $y = f(x) = x^\alpha$, 其图象过点 $(8, \frac{1}{2})$, $\therefore 8^\alpha = \frac{1}{2}$, 解得 $\alpha = -\frac{1}{3}$, $\therefore f(x) = x^{-\frac{1}{3}}$,

$\therefore f(-x) = (-x)^{-\frac{1}{3}} = -f(x)$, $\therefore f(x) = x^{-\frac{1}{3}}$ 为奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, +\infty)$ 上单调

递减, $\therefore f(a^2 + 1) + f(-5) > 0$ 可化为 $f(a^2 + 1) > -f(-5) = f(5)$, 同解于 $a^2 + 1 < 5$,

解得 $-2 < a < 2$, 故答案为 $(-2, 2)$.

5. 【答案】 $[4, +\infty)$

解: \because 集合 $A = \{x | \log_2(x+1) < 2\} = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{x | -2 < x < m-1\}$, $A \cap$

$B = A, \therefore A \subseteq B, \therefore m-1 \geq 3$, 解得 $m \geq 4, \therefore$ 实数 m 的取值范围为 $[4, +\infty)$.

6. 【答案】解: (1) 因为 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \sin \alpha = \frac{4}{5}$, 所以 $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{3}{5}$, 所以 $\tan \alpha = \frac{4}{3}$,

(2) 根据二倍角公式与诱导公式可得:

$$\cos 2\alpha + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = 1 - 2\sin^2 \alpha + \cos \alpha = 1 - \frac{32}{25} + \frac{3}{5} = \frac{8}{25}.$$