

高一年级数学综合练习 (2)

一. 选择题

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{1, 4\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) = (\quad)$.

- A. $\{2\}$ B. $\{4\}$ C. $\{1\}$ D. $\{1, 2, 4\}$

2. 若幂函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(3, \sqrt{3})$, 则 $f(4) = (\quad)$.

- A. 16 B. -2 C. ± 2 D. 2

3. 函数 $f(x) = \lg(x+1) + \sqrt{3-x}$ 的定义域为 $(\quad)$.

- A. $(-\infty, 3]$ B. $(-1, 3]$ C. $[0, 3]$ D. $(-1, 3)$

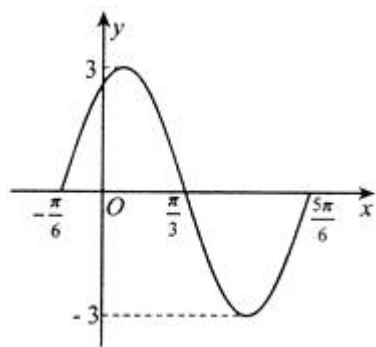
4. 已知弧长为 $\pi \text{ cm}$ 的弧所对的圆心角为 $\frac{\pi}{4}$, 则这条弧所在的扇形面积为 $(\quad) \text{ cm}^2$.

- A. π B. 4π C. 2π D. $\sqrt{2}\pi$

5. 已知向量 $\vec{a} = (4, 2)$, $\vec{b} = (3, -1)$, 则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $(\quad)$.

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

6. 如图是函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0$, $\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 在一个周期内的图象, 则其解析式是 $(\quad)$.



- A. $f(x) = 3 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ B. $f(x) = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
C. $f(x) = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ D. $f(x) = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

7. 若 $\tan \theta = 2$, 则 $2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta \cos \theta = (\quad)$.

- A. 10 B. $\pm \frac{2}{5}$ C. 2 D. $\frac{2}{5}$

8. 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}| = 2$, 则 $|2\vec{a} + \vec{b}| = (\quad)$.

- A. $2\sqrt{7}$ B. 2 C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{5}$

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{2} x, & -4 \leq x \leq 0, \\ 2^x + 1, & x > 0, \end{cases}$ 则 $y = f[f(x)] - 3$ 的零点为 $(\quad)$.

- A. 0 和 3 B. 2 C. -3 D. -1

10. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A, B 在单位圆上, 且点 A 在第一象限, 横坐标是 $\frac{3}{5}$, 将点 A 绕原点 O

顺时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ 到 B 点, 则点 B 的横坐标为 $(\quad)$.

A. $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$

B. $\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$

C. $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$

D. $\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$

11. 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x}$, 则不等式 $f(2x^2 - 1) + f(x) \leq 0$ 的解集为 ().

A. $(0, 1]$

B. $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$

C. $\left[-1, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

D. $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$

12. 已知定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2ax, & x > 0, \\ x+1, & x < 0, \end{cases}$ 若 $f(x) + f(-x) = 0$ 在定义域上有 4 两个不同的解, 则 a 的取值范围为 ().

A. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

B. $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

C. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

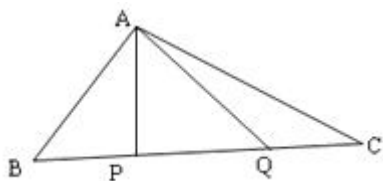
D. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

二. 填空题

13. 计算: $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} - \lg \sqrt{2} - \lg \sqrt{5} = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 若 $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

15. 三角形 ABC 中, 已知 $AC = 4$, $AB = 2$, $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BP}$, $\overrightarrow{CB} = 4\overrightarrow{CQ}$, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = 4$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \underline{\hspace{2cm}}.$



16. 已知函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$, 其中 $a \in \mathbb{R}$, 若关于 x 的方程 $f(|2^x - 1|) = 2a + \frac{1}{3}$ 有三个不同的实数解, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

三. 解答题

17. 设全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | -1 < x - m < 5\}$, $B = \left\{x \mid \frac{1}{2} < 2^x < 4\right\}.$

(1) 当 $m = 1$ 时, 求 $A \cap (\complement_U B)$;

(2) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

18. 已知 $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos(\alpha + \beta) = \frac{5}{13}$, α, β 均为锐角.

- (1) 求 $\sin 2\alpha$ 的值; (2) 求 $\sin \beta$ 的值.

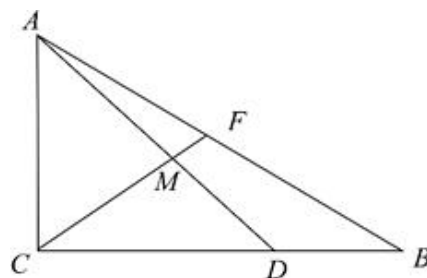
19. 已知向量 $\vec{a} = (\sqrt{3} \cos x + \sin x, 4 \sin x)$, $\vec{b} = (\sqrt{3} \cos x + \sin x, -\sqrt{3} \cos x)$, 设 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$.

- (1) 将 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 然后纵坐标不变, 横坐标变为原来的 2 倍得到 $g(x)$ 的图像, 求 $g(x)$ 的单调增区间; (2) 若 $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ 时, $mf(x) + m \geq f(x) + 2$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

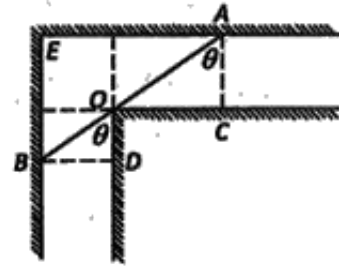
20. 在三角形 ABC 中, $AB = 2$, $AC = 1$, $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$, D 是线段 BC 上一点, 且 $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DC}$,

F 为线段 AB 上一点.

- (1) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 设 $\overrightarrow{AD} = x\vec{a} + y\vec{b}$, 求 $x - y$; .
 (2) 求 $\overrightarrow{CF} \cdot \overrightarrow{FA}$ 的取值范围;
 (3) 若 F 为线段 AB 的中点, 直线 CF 与 AD 相交于点 M , 求 $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB}$.



21. 一根长为 L 的铁棒 AB 欲通过如图所示的直角走廊，已知走廊的宽 $AC = BD = 1$ 米.



- (1) 设 $\angle BOD = \theta$ ，试将 L 表示为 θ 的函数；
- (2) 求 L 的最小值，并说明此最小值的实际意义.

22. 若函数 $f(x) = x|x-m| + m^2$ ， $m \in R$

- (1) 若函数 $f(x)$ 为奇函数，求 m 的值；
- (2) 若函数 $f(x)$ 在 $x \in [1, 2]$ 上是增函数，求实数 m 的取值范围；
- (3) 若函数 $f(x)$ 在 $x \in [1, 2]$ 上的最小值为 7，求实数 m 的值.