江苏省仪征中学 2020-2021 学年高二数学周三练习（7）

1. “$0<n<2$”是“方程$\frac{x^2}{n+1}+\frac{y^2}{n-3}=1$表示双曲线”的(　)

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

2. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和$S_n=2^{n+1}-2$, 则$a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=$(　)

$A.$ $4(2^n-1)^2$　$B.$ $4(2^{n-1}+1)^2$ $C.$ $\frac{4(4^n-1)}{3}$　$D.$ $\frac{4(4^{n-1}+2)}{3}$

3. 已知$0<m<\frac{1}{2}$，若$\frac{1}{m}+\frac{2}{1-2m}\geq k^2-2k$恒成立，则 k 的取值范围为(　)

A. $[-2,0)\cup(0,4]$　B. $[-4,0)\cup(0,2]$　C. $[-4,2]$　D. $[-2,4]$

4. 中国古代数学名著《九章算术》中有这样一个问题：今有牛、马、羊食人苗，苗主责之粟五斗，羊主曰：“我羊食半马．”马主曰：“我马食半牛．”今欲衰偿之，问各出几何？此问题的译文是：今有牛、马、羊吃了别人的禾苗，禾苗主人要求赔偿 5 斗粟．羊主人说：“我羊所吃的禾苗只有马的一半．”马主人说：“我马所吃的禾苗只有牛的一半．”打算按此比例偿还，他们各应偿还多少？已知牛、马、羊的主人各应偿还 a 升、b 升、c 升，1 斗为 10 升，则下列判断正确的是(　)

A.a,b,c依次成公比为 2 等比数列且$a=\frac{50}{7}$　B. a,b,c依次成公比为 2 等比数列且$c=\frac{50}{7}$

C. a，b，c 依次成公比为$\frac{1}{2}$等比数列且$a=\frac{50}{7}$ D. a，b，c 依次成公比为$\frac{1}{2}$等比数列，且$c=\frac{50}{7}$

5. $x^2=\frac{1}{2}y$的焦点为 F，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$是抛物线上两点，则下列结论正确的是(　)

A. F 的坐标为$\left(\frac{1}{8},0\right)$　B. 若直线 MN 过点 F，则$x_1x_2=-\frac{1}{16}$　C. 若$\overrightarrow{\mathrm{MF}}=\lambda\overrightarrow{\mathrm{NF}}$，则 $|\mathrm{MN}|$最小值为$\frac{1}{2}$　D. $|\mathrm{MF}|+|\mathrm{NF}|=\frac{3}{2}$，则线段 MN 的中点 P 到 x 轴的距离为$\frac{5}{8}$

6. 给出下列四个命题，其中正确命题是(　)(**其中第 5,6 题为多选题**)

A. P 为椭圆$\frac{x^2}{4}+y^2=1$上任意一点，F_1，F_2是两个焦点，则$|PF_1|\cdot|PF_2|$的范围是[3,4]

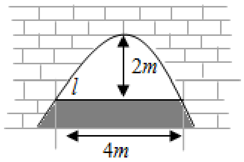
B. 已知 M 是双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$上任意一点，$F_2$是双曲线的右焦点，则$|MF_2|\geq 1$

C. 已知直线 l 过地物线 C: $x^2=2py(p>0)$的焦点 F，且 l 与 C 交于$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$两点，则$x_1x_2+4y_1y_2=0$

D. 椭圆具有这样的光学性质：从椭圆的一个焦点出发的光线，经椭圆反射后，反射光线经过椭圆的另一个焦点，今有一个水平放置的椭圆形台球盘，点F_1，F_2是它的焦点，长轴长为 $2a$，焦距为 $2c$，若静放在点F_1的小球(小球的半径忽略不计)从点F_1沿直线出发，则经椭圆壁反射后第一次回到点F_1时，小球经过的路程恰好是 $2a$.

7. 双曲线与椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{3}=1$有相同焦点，一条渐近线为$y=\frac{3}{2}x$，双曲线标准方程是____.

8. 如图是抛物线形拱桥，当水面在 l 时，拱顶离水面 2 米，水面宽 4 米，水位下降 2 米后水面宽______米.



9. 设已知P是抛物线$y^2=4x$上的动点，点P在y轴上的射影是M，点A的坐标为$(2,3)$，则$|PA|+|PM|$的最小值是__________.

10. 设 M 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上一点，以 M 为圆心的圆与 x 轴相切，切点为焦点 F，圆 M 与 y 轴相交于不同两点 P,Q，若$\triangle PMQ$为等边三角形，则离心率为_____.

11. 已知椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的短轴长为$2\sqrt{3}$，离心率为$\frac{1}{2}$，直线 l: $y=k(x-1)$与椭圆 C 交于不同的两点 M，N，A 为椭圆 C 的左顶点.

(1)求椭圆 C 的标准方程；　　(2)当$\triangle AMN$的面积为$\frac{18\sqrt{2}}{7}$时，求 l 的方程.

12. 已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，点$A(0,-2)$在椭圆上，斜率为 k 的直线 l 过点$E(0,1)$且与椭圆交于 C，D 两点.　　(1)求椭圆的方程；

(2)设k_1，k_2分别为直线 AC，AD 的斜率，当 k 变动时，k_1k_2是否为定值？说明理由.

江苏省仪征中学 2020-2021 学年第一学期高二数学

周三练习（7）答案和解析

1. A　2.C　3. D　4.D　5. BCD　6. BC

7.$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$　8. $4\sqrt{2}$　9.$\sqrt{10}-1$　10.$\frac{\sqrt{3}}{3}$

11. 解：(1)依题意$2b=2\sqrt{3}$，$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，而$a^2=b^2+c^2$，

解之可得$a=2$，$b=\sqrt{3}$，$c=1$，椭圆 C 的标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$;

(2)设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

由$\begin{cases}y=k(x-1)\\3x^2+4y^2=12\end{cases}$，消去 y 得$(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$，

因为直线 l 过定点(1,0)，且(1,0)在椭圆内部，所以 l 与椭圆一定有两个交点，

所以$x_1+x_2=\frac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}$,

所以$|MN|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{12k^2+12}{3+4k^2}$,

点$A(-2,0)$到直线$y=k(x-1)$的距离为$d=\frac{3|k|}{\sqrt{1+k^2}}$，$\therefore S=\frac{1}{2}|MN|\cdot d=\frac{18|k|\sqrt{k^2+1}}{3+4k^2}=\frac{18\sqrt{2}}{7}$.

$\therefore 17k^4+k^2-18=0\Rightarrow k=\pm1$，∴直线 l 的方程为$x-y-1=0$或$x+y-1=0$.

12. 解：(1)设椭圆的半焦距为 c.

∵椭圆的离心率为$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，点$A(0,-2)$在椭圆上，

$\therefore\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}\\b=2\\a^2+b^2=c^2\end{cases}$，解得$a=\sqrt{6}$，$b=2$，$c=\sqrt{2}$，∴椭圆的方程为$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{4}=1$；

(2)当 k 变动时，k_1k_2为定值-2，

证明如下：设直线 l 的方程为$y=kx+1$.

由$\begin{cases}\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{4}=1\\y=kx+1\end{cases}$得$(3k^2+2)x^2+6kx-9=0$，

设$C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=-\frac{6k}{3k^2+2}$，$x_1x_2=-\frac{9}{3k^2+2}$,

因为$A(0,-2)$，所以$k_1=\frac{y_1+2}{x_1}$，$k_2=\frac{y_2+2}{x_2}$,

所以$k_1k_2=\frac{y_1+2}{x_1}\cdot\frac{y_2+2}{x_2}=\frac{(kx_1+3)(kx_2+3)}{x_1x_2}=\frac{k^2x_1x_2+3k(x_1+x_2)+9}{x_1x_2}=k^2+\frac{3k\cdot\frac{-6k}{3k^2+2}+\frac{9(2+3k^2)}{2+3k^2}}{-\frac{9}{2+3k^2}}=$

$k^2+\frac{9k^2+18}{-9}=k^2-k^2-2=-2$.

所以当 k 变动时，k_1k_2为定值-2.