

高三午间训练 53

一多选题（共 4 小题）.

1. 已知点 O 为坐标原点，直线 $y=x-1$ 与抛物线 $C: y^2=4x$ 相交于 A, B 两点，则（ ）

- A. $|AB|=8$ B. $OA \perp OB$ C. $\triangle AOB$ 的面积为 $2\sqrt{2}$
D. 线段 AB 的中点到直线 $x=0$ 的距离为 2

2. 已知函数 $f(x) = \sin 2x + 2\cos^2 x$ ，则（ ）

- A. $f(x)$ 的最大值为 3 B. $f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称
C. $f(x)$ 的图像关于点 $(-\frac{\pi}{8}, 1)$ 对称 D. $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 上单调递增

3. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4, EF 是棱 AB 上的一条线段，且 $EF=1$ ，点 Q 是棱 A_1D_1 的中点，点 P 是棱 C_1D_1 上的动点，则下面结论中正确的是（ ）

- A. PQ 与 EF 一定不垂直 B. 二面角 $P - EF - Q$ 的正弦值是 $\frac{\sqrt{10}}{10}$
C. $\triangle PEF$ 的面积是 $2\sqrt{2}$ D. 点 P 到平面 QEF 的距离是常量

4. 在数学课堂上，教师引导学生构造新数列：在数列的每相邻两项之间插入此两项的和，形成新的数列，再把所得数列按照同样的方法不断构造出新的数列，将数列 1, 2 进行构造，第 1 次得到数列 1, 3, 2；第 2 次得到数列 1, 4, 3, 5, 2, ...；第 n ($n \in \mathbf{N}^*$) 次得到数列 1, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k, 2, \dots$. 记 $a_n = 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k + 2$ ，数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项为 S_n ，则（ ）

- A. $k+1=2^n$ B. $a_{n+1}=3a_n-3$ C. $a_n = \frac{3}{2}(n^2+3n)$ D. $S_n = \frac{3}{4}(3^{n+1}+2n-3)$