

江苏省仪征中学 2018-2019 学年度第二学期数学周练 10

副标题

题号	一	二	三	总分
得分				

一、选择题（本大题共 10 小题，共 50.0 分）

1. 已知 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 有下列命题: 其中真命题的个数是 ()
 - ①若 $m \subset \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$;
 - ②若 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$;
 - ③若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 则 $n \parallel \alpha$;
 - ④若 $m \perp \alpha, m \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$.

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
2. 若 $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = 2$, 则 $\tan 2\alpha =$ ()

A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$
3. 圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 关于直线 $x = 0$ 对称的圆的方程为

A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ B. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$
 C. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$
4. 已知 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{2}{5}, \tan(\beta + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}$, 则 $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4})$ 的值为 ()

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{22}{13}$ C. $\frac{3}{22}$ D. $\frac{13}{18}$
5. 已知直线 l 的方程为 $3x + 4y - 25 = 0$, 则圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的点到直线 l 的距离的最小值是 ()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
6. 已知三棱锥 $P - ABC$ 的三条侧棱两两互相垂直, 且 $AB = \sqrt{5}, BC = \sqrt{7}, AC = 2$, 则此三棱锥的外接球的体积为 ()

A. $\frac{8}{3}\pi$ B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$ C. $\frac{16}{3}\pi$ D. $\frac{32}{3}\pi$
7. 直线 $y = k(x - 2) + 4$ 与曲线 $y = 1 + \sqrt{4 - x^2}$ 有两个不同的交点, 则实数的 k 的取值范围是 ()

A. $(\frac{5}{12}, \frac{3}{4}]$ B. $(\frac{5}{12}, +\infty)$ C. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$ D. $(0, \frac{5}{12})$
8. 一束光线从点 $(-1, 1)$ 出发, 经 x 轴反射到圆 $C: (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$ 上的最短路径长度是 ()

A. 4 B. 5 C. 3 D. 2
9. 设圆 $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ 的圆心为 C , 直线 l 过 $(0, 3)$ 与圆 C 交于 A, B 两点, 若 $|AB| = 2\sqrt{3}$, 则直线 l 的方程为 ()

A. $3x + 4y - 12 = 0$ 或 $4x - 3y + 9 = 0$ B. $3x + 4y - 12 = 0$ 或 $x = 0$
 C. $4x - 3y + 9 = 0$ 或 $x = 0$ D. $3x - 4y + 12 = 0$ 或 $4x + 3y + 9 = 0$
10. 若点 $P(x, y)$ 在曲线 $x - \sqrt{1 - y^2} = 0$, 则 $\frac{y}{x-2}$ 的取值范围为 ()

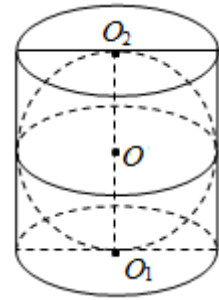
- A. $(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ B. $[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}]$
 C. $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

二、填空题（本大题共 6 小题，共 30.0 分）

11. 已知圆锥的侧面展开图是半径为 3，圆心角为 120° 的扇形，则这个圆锥的高为_____.

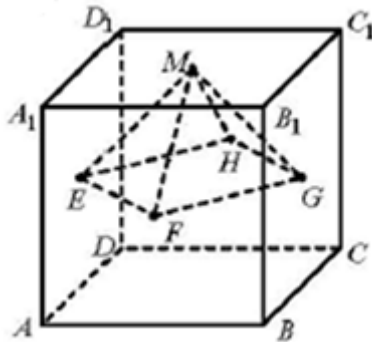
12. 若直线 $2x+my-2m+4=0$ 与直线 $mx+2y-m+2=0$ 平行，则实数 $m=_____$.

13. 如图，在圆柱 O_1O_2 内有一个球 O ，该球与圆柱的上、下底面及母线均相切，记圆柱 O_1O_2 的体积为 V_1 ，球 O 的体积为 V_2 ，则 $\frac{V_1}{V_2}$ 的值是_____.



14. 从圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 外一点 $P(2, 3)$ 向这个圆引切线，则切线的方程为_____.

15. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，除面 $ABCD$ 外，该正方体其余各面的中心分别为点 E, F, G, H, M (如图)，则四棱锥 $M-EFGH$ 的体积为_____.



16. 在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $\frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{2\sqrt{3}\sin A}{3\sin C}$ ， $\cos B + \sqrt{3}\sin B = 2$ ，则 $a+c$ 的取值范围是_____.

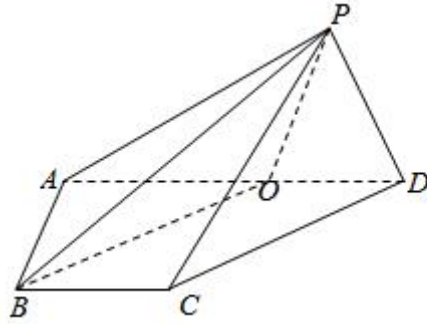
三、解答题（本大题共 6 小题，共 72.0 分）

17. 已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ ， $\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{5}$ ， $\tan \beta = \frac{1}{2}$.

- (1) 求 $\sin \alpha$ 的值；
 (2) 求 $\tan(\alpha + 2\beta)$ 的值.

18. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$ ，侧棱 $PA \perp PD$ ，底面 $ABCD$ 是直角梯形，其中 $BC \parallel AD$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $AD = 3BC$ ， O 是 AD 上一点.

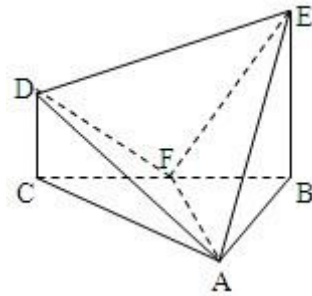
- (I) 若 $CD \parallel$ 平面 PBO , 试指出点 O 的位置;
 (II) 求证: 平面 $PAB \perp$ 平面 PCD .



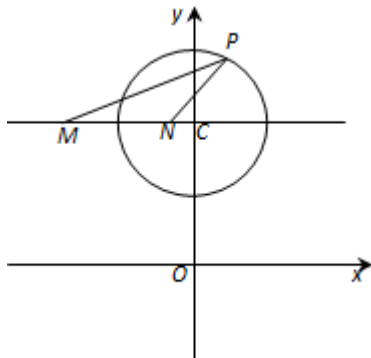
19. 在几何体 $ABCDE$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$, $DC \perp$ 平面 ABC , $EB \perp$

平面 ABC , F 是 BC 的中点, $AB = AC = BE = 2$, $CD = 1$

- (1) 求证: $DC \parallel$ 平面 ABE ;
 (2) 求证: $AF \perp$ 平面 $BCDE$;
 (3) 求证: 平面 $AFD \perp$ 平面 AFE .



20. 已知圆 $C: x^2 + (y - 4)^2 = 4$, 直线 $l: (3m + 1)x + (1 - m)y - 4 = 0$

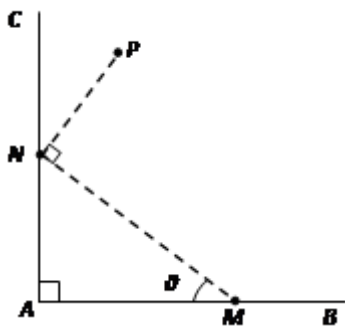


- (I) 求直线 l 所过定点 A 的坐标;

- (II) 求直线 l 被圆 C 所截得的弦长最短时 m 的值及最短弦长;
- (III) 已知点 $M(-3,4)$, 在直线 MC 上(C 为圆心), 存在定点 N (异于点 M), 满足: 对于圆 C 上任一点 P , 都有 $\frac{|PM|}{|PN|}$ 为一常数, 试求所有满足条件的点 N 的坐标及该常数.

21. 已知圆 C 过点 $M(0, -2)$, $N(3, 1)$, 且圆心 C 在直线 $x+2y+1=0$ 上.
- (I) 求圆 C 的方程;
- (II) 过点 $(6, 3)$ 作圆 C 的切线, 求切线方程;
- (III) 设直线 $l: y=x+m$, 且直线 l 被圆 C 所截得的弦为 AB , 以 AB 为直径的圆 C_1 过原点, 求直线 l 的方程.

22. 如图, 经过村庄 A 有两条互相垂直的笔直公路 AB 和 AC , 根据规划拟在两条公路围成的直角区域 BAC 内建一工厂 P , 为了仓库存储和运输方便, 在两条公路边上分别建两个仓库 M, N (异于村庄 A , 将工厂 P 及仓库 M, N 近似看成点, 且 M, N 分别在射线 AB, AC 上), 要求 $MN=2, PN=1$ (单位: km), $PN \perp MN$.



- (1) 设 $\angle AMN = \theta$, 将工厂与村庄的距离 PA 表示为 θ 的函数, 记为 $l(\theta)$, 并写出函数 $l(\theta)$ 的定义域;
- (2) 当 θ 为何值时, $l(\theta)$ 有最大值? 并求出该最大值.