

# 仪征中学 2020 届数学一轮复习补偿训练(10) 12.3

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

## 一、填空题：

1、从某班抽取 5 名学生测量身高（单位：cm），得到的数据为 160，162，159，160，159，则该组数据的方差  $s^2 =$  \_\_\_\_\_。

2、某算法流程图如右图所示，该程序运行后，若输出的  $x=15$ ，则实数  $a$  等于 \_\_\_\_\_。

3、已知函数  $f(x) = x^3 + 2x$ ，若  $f(1) + f(\log_{\frac{1}{a}} 3) > 0$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )，则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_。

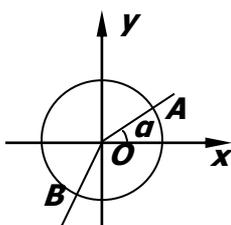
4、在平面直角坐标系  $xOy$  中，若动点  $P(a, b)$  到两直线  $l_1: y = x$  和  $l_2: y = -x + 2$  的距离之和为  $2\sqrt{2}$ ，则  $a^2 + b^2$  的最大值为 \_\_\_\_\_。

5、在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC = 3$ ， $\cos \angle BAC = \frac{1}{3}$ ， $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{BD}$ ，则  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$  的值为 \_\_\_\_\_。

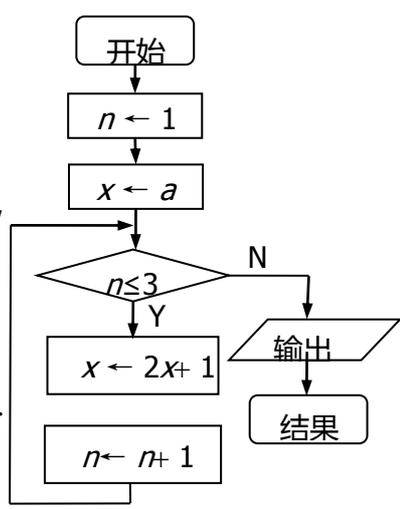
6、已知  $f(x)$  是定义在  $[-2, 2]$  上的奇函数，当  $x \in (0, 2]$  时， $f(x) = 2^x - 1$ ，函数  $g(x) = x^2 - 2x + n$ 。如果对于  $\forall x_1 \in [-2, 2]$ ， $\exists x_2 \in [-2, 2]$ ，使得  $g(x_2) = f(x_1)$ ，则实数  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_。

## 二、解答题：

7、在平面直角坐标系  $xOy$  中，设角  $\alpha$  的始边与  $x$  轴的非负半轴重合，终边与单位圆交于点  $A(x_1, y_1)$ ，将射线  $OA$  按顺时针方向旋转  $\frac{5\pi}{6}$  后与单位圆交于点  $B(x_2, y_2)$ 。记  $f(\alpha) = x_1 + y_2$ ，其中角  $\alpha$  为锐角。



第 7 题图



- (1) 求函数  $f(\alpha)$  的值域；
- (2) 设  $\triangle ABC$  的角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ，若  $f(C) = 0$ ， $a = \sqrt{3}$ ， $c = 1$ ，求  $b$ 。

8、在金融危机中,某钢材公司积压了部分圆钢,经清理知共有 2009 根.现将它们堆放在一起.

(1)若堆放成纵断面为正三角形(每一层的根数比上一层根数多 1 根),并使剩余的圆钢尽可能地少,则剩余了多少根圆钢?

(2)若堆成纵断面为等腰梯形(每一层的根数比上一层根数多 1 根),且不少于七层,

( I ) 共有几种不同的方案?

( II ) 已知每根圆钢的直径为 10cm, 为考虑安全隐患, 堆放高度不得高于 4m, 则选择哪个方案, 最能节省堆放场地?

## 仪征中学 2020 届数学一轮复习补偿训练(10) 答案

### 一、填空题：

1、 $\frac{6}{5}$     2、1    3、 $(0,1) \cup (3, +\infty)$     4、18    5、-2    6、 $[-5, -2]$

### 二、解答题：

7、(1) 由题意，得  $x_1 = \cos \alpha, y_2 = \sin(\alpha - \frac{5\pi}{6})$ ， .....2分

所以  $f(\alpha) = \cos \alpha + \sin(\alpha - \frac{5\pi}{6}) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha = \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})$ ， .....6分

因为  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，所以  $\alpha + \frac{\pi}{3} \in (\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6})$ ，故  $f(\alpha) \in (-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ 。 .....8分

(2) 因为  $f(C) = \cos(\frac{\pi}{3} + C) = 0$ ，又  $C \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，所以  $C = \frac{\pi}{6}$ ， .....10分

在  $\triangle ABC$  中，由余弦定理得  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ ，即  $1 = 3 + b^2 - 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} b$ ，

解得  $b = 1$  或  $b = 2$ 。

8、解：(1) 当纵断面为正三角形时，设共堆放  $n$  层，则从上到下每层圆钢根数是以 1 为首

项、1 为公差的等差数列，且剩余的圆钢一定小于  $n$  根，从而由 
$$\begin{cases} 2009 - \frac{n(n+1)}{2} < n \\ \frac{n(n+1)}{2} \leq 2009 \end{cases} \quad \text{且}$$

$n \in N^*$  得，当  $n = 62$  时，使剩余的圆钢尽可能地少，此时剩余了 56 根圆钢；

(2) (I) 当纵断面为等腰梯形时，设共堆放  $n$  层，则从上到下每层圆钢根数是以  $x$  为首

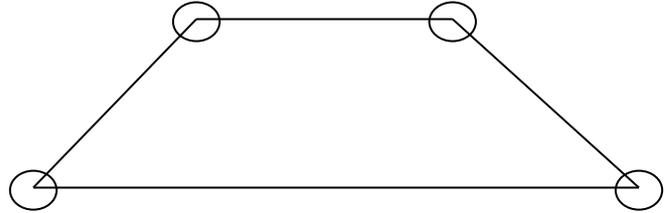
项、1 为公差的等差数列，从而  $nx + \frac{1}{2}n(n-1) = 2009$ ，即

$n(2x+n-1) = 2 \times 2009 = 2 \times 7 \times 7 \times 41$ ，因  $n-1$  与  $n$  的奇偶性不同，所以  $2x+n-1$  与  $n$  的奇偶性也不同，且  $n < 2x+n-1$ ，从而由上述等式得：

$$\begin{cases} n = 7 \\ 2x+n-1 = 574 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} n = 14 \\ 2x+n-1 = 287 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} n = 41 \\ 2x+n-1 = 98 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} n = 49 \\ 2x+n-1 = 82 \end{cases}, \text{ 所以共有 4}$$

种方案可供选择。

( II ) 因层数越多，最下层堆放得越少，占用面积也越少，所以由 ( 2 ) 可知：



若  $n = 41$ ，则  $x = 29$ ，说明最上层有 29 根圆钢，最下层有 69 根圆钢，此时如图所示，两腰之长为 400 cm，上下底之长为 280 cm 和 680cm，从而梯形之高为  $200\sqrt{3}$  cm，而  $200\sqrt{3} + 10 < 400$  所以符合条件；

若  $n = 49$ ，则  $x = 17$ ，说明最上层有 17 根圆钢，最下层有 65 根圆钢，此时如图所示，两腰之长为 480 cm，上下底之长为 160 cm 和 640cm，从而梯形之高为  $240\sqrt{3}$  cm，显然大于 4m，不合条件，舍去，综上所述，选择堆放 41 层这个方案，最能节省堆放场地。