

# 江苏省仪征中学高一第二学期数学周练(5)

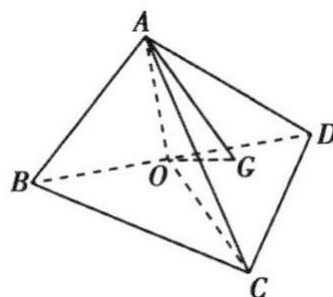
2020.5.30

## 一、选择题(本大题共8小题,共40.0分)

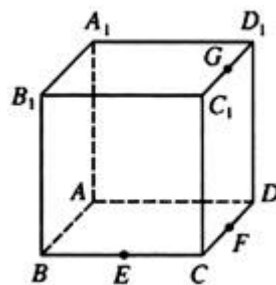
- 若方程  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + k = 0$  表示圆,则  $k$  的取值范围是( )  
A.  $k > 5$                       B.  $k < 5$                       C.  $k \geq 5$                       D.  $k \leq 5$
- 已知实数  $x, y$  满足  $x + y - 3 = 0$ , 则  $\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2}$  的最小值是( )  
A.  $\sqrt{2}$                       B. 2                      C. 1                      D. 4
- 已知圆锥的母线长为  $5\text{cm}$ , 底面半径为  $\frac{5}{3}\text{cm}$ , 一只蚂蚁欲从圆锥的底面圆周上的点  $A$  出发, 沿圆锥侧面爬行一周回到点  $A$ , 则蚂蚁爬行的最短路程长为( )  
A.  $8\text{cm}$                       B.  $5\sqrt{3}\text{cm}$                       C.  $10\text{cm}$                       D.  $5\pi\text{cm}$
- 圆  $x^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$  和圆  $x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$  相交于  $M, N$  两点, 则  $|MN| =$  ( )  
A. 4                      B.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{12\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$
- 已知锐角  $\triangle ABC$  的三个内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $B = 2A$ , 则  $\frac{a \sin A}{b}$  的值范围是( )  
A.  $(\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{3}}{2})$                       B.  $(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2})$                       C.  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$                       D.  $(\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{1}{2})$
- 已知  $A(3, -1)$ ,  $B(5, -2)$ , 点  $P$  在直线  $x + y = 0$  上, 若使  $|PA| + |PB|$  取最小值, 则  $P$  点坐标是( )  
A.  $(1, -1)$                       B.  $(-1, 1)$                       C.  $(\frac{13}{5}, -\frac{13}{5})$                       D.  $(-2, 2)$
- 已知点  $P$  是直线  $2x + y + 10 = 0$  上的动点, 直线  $PA, PB$  分别与圆  $x^2 + y^2 = 4$  相切于  $A, B$  两点, 则四边形  $PAOB$  ( $O$  为坐标原点) 的面积的最小值为( )  
A. 24                      B. 16                      C. 8                      D. 4
- 已知体积为  $\frac{9\sqrt{2}}{4}$  的三棱锥  $P-ABC$  的所有棱长都相等, 则三棱锥  $P-ABC$  的外接球  $O$  的表面积为( )  
A.  $\frac{27\pi}{2}$                       B.  $\frac{27\sqrt{6}\pi}{8}$                       C.  $\frac{27\pi}{8}$                       D.  $\frac{81\sqrt{6}\pi}{8}$

## 二、不定项选择题(本大题共4小题,共20.0分)

- 将边长为 2 的正方形  $ABCD$  沿对角线  $BD$  折起, 得到三棱锥  $A-BCD$ . 则在下列命题中, 正确的是( )  
A.  $BD \perp$  平面  $AOC$   
B. 三棱锥  $A-BCD$  外接球的半径为  $\sqrt{2}$   
C.  $AB \perp CD$   
D. 若  $G$  为  $\triangle ADC$  的重心, 则  $BC \parallel$  平面  $AOG$



10. 已知，点  $E, F, G$  分别是棱长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱  $BC, CD, C_1D_1$  的中点，如图所示，则下列说法正确的是 ( )

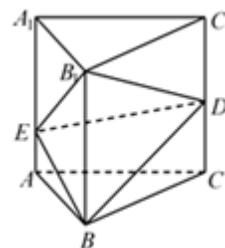


- A. 过  $B_1, E, F$  的截面是等腰梯形  
 B. 点  $P$  在直线  $FG$  上运动时， $EP \parallel$  平面  $BDD_1B_1$   
 C. 点  $M$  在直线  $FC_1$  上运动时，总有  $EM \perp A_1C$   
 D. 点  $Q$  在直线  $CD_1$  上运动时，三棱锥  $B-A_1QD$  的体积是定值
11. 在正三棱锥  $P-ABC$  中，侧棱长为  $2\sqrt{2}$ ，底面边长为  $2\sqrt{3}$ ，则下列关于正三棱锥  $P-ABC$  的说法正确的是 ( )
- A.  $PA \perp BC$   
 B. 侧面与底面的夹角的余弦值为  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$   
 C. 三棱锥的体积为  $4\sqrt{3}$   
 D. 三棱锥外接球的表面积为  $16\pi$
12. 以下四个命题表述正确的是 ( )
- A. 直线  $(3+m)x + 4y - 3 + 3m = 0 (m \in \mathbb{R})$  恒过定点  $(-3, -3)$   
 B. 圆  $x^2 + y^2 = 4$  上有且仅有 3 个点到直线  $l: x - y + \sqrt{2} = 0$  的距离都等于 1  
 C. 曲线  $C_1: x^2 + y^2 + 2x = 0$  与曲线  $C_2: x^2 + y^2 - 4x - 8y + m = 0$  恰有三条公切线，则  $m = 4$   
 D. 已知圆  $C: x^2 + y^2 = 4$ ，点  $P$  为直线  $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1$  上一动点，过点  $P$  向圆  $C$  引两条切线  $PA, PB$ ， $A, B$  为切点，则直线  $AB$  经过定点  $(1, 2)$

### 三、填空题 (本大题共 4 小题，共 20.0 分)

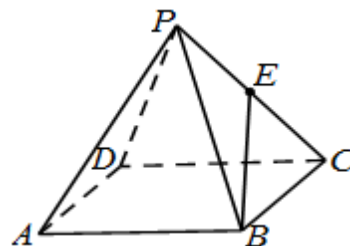
13. 已知圆台的高为 2，两底面直径之差等于母线长，则圆台母线的长为\_\_\_\_\_.

14. 如图，在正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中，若  $AA_1 = 3, AB = 2$ ，点  $D$  是棱  $CC_1$  的中点，点  $E$  在棱  $AA_1$  上，则三棱锥  $B_1-EBD$  的体积为\_\_\_\_\_.



15. 在  $\triangle ABC$  中，内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c, c = 2$ ，若  $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin A \sin B = \sin^2 C$ ，则  $a + b$  的取值范围\_\_\_\_\_.

16. 如图，正四棱锥  $P-ABCD$  的体积为 2，底面积为 6， $E$  为侧棱  $PC$  的中点，则直线  $BE$  与平面  $PAC$  所成的角为\_\_\_\_\_.



四、解答题（本大题共 6 小题，共 70.0 分）

17. 已知圆  $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$

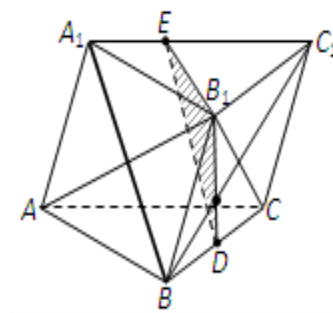
(1) 求过点  $(6, -2)$  且与圆  $C$  相切的直线方程；

(2) 求圆  $C$  关于直线  $x - 2y - 2 = 0$  对称的圆  $D$  的标准方程.

18. 如图，在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中， $D$  是  $BC$  的中点.

(1) 若  $E$  为  $A_1C_1$  的中点，求证： $DE \parallel$  平面  $ABB_1A_1$ ；

(2) 若  $E$  为  $A_1C_1$  上一点，且  $A_1B \parallel$  平面  $B_1DE$ ，求  $\frac{A_1E}{EC_1}$  的值.



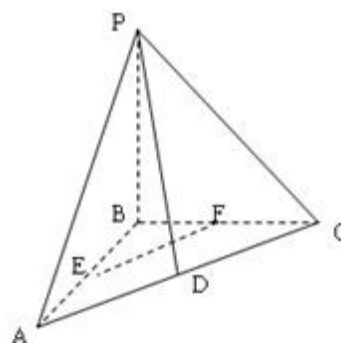
19. 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ， $2b \sin C \cos A + a \sin A = 2c \sin B$ ；

(1) 判断三角形形状；

(2) 若  $D$  为  $BC$  边上的点， $BD = 2DC$ ，且  $\angle ADB = 2\angle ACD$ ， $a = 3$ ，求  $b$  的值.

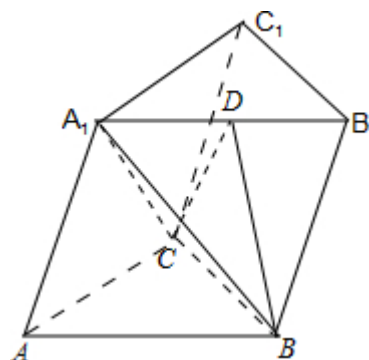
20. 如图：在三棱锥  $P-ABC$  中， $PB \perp$  面  $ABC$ ， $\triangle ABC$  是直角三角形， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = BC = 2$ ， $\angle PAB = 45^\circ$ ，点  $D$ 、 $E$ 、 $F$  分别为  $AC$ 、 $AB$ 、 $BC$  的中点。

- (1) 求证： $EF \perp PD$ ；
- (2) 求直线  $PF$  与平面  $PBD$  所成的角的正弦值；
- (3) 求二面角  $P-EF-C$  的余弦值。



21. 已知斜三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的侧面  $ACC_1A_1$  与底面  $ABC$  垂直，侧棱与底面所成的角为  $60^\circ$ ， $AA_1 \perp A_1C$ ， $AC \perp BC$ ， $AC = 4$ ， $BC = 2$ 。

- (1) 求证：平面  $ABB_1A_1 \perp$  平面  $A_1BC$ ；
- (2) 若  $D$  为  $A_1B_1$  的中点，求三棱锥  $A_1-BCD$  的体积。



22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知点  $A(0,3)$ ，直线  $l: y = 2x - 4$ 。设圆  $C$  的半径为 1，圆心在直线  $l$  上。

- (1) 若圆心  $C$  也在直线  $y = x - 1$  上，过点  $B(2,3)$  作圆  $C$  的切线，求切线的方程；
- (2) 若圆  $C$  上存在点  $M$ ，使得  $|MA| = 2|MO|$ ，求圆心  $C$  的横坐标  $a$  的取值范围。