

江苏省仪征中学 2020—2021 学年度第一学期 高二数学

小题大赛 (1)

一、单选题

1. 已知向量 $\vec{a} = (-2, 3, -1)$, $\vec{b} = (4, m, n)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 其中 $m, n \in \mathbf{R}$, 则 $m+n =$ ()
A. 4 B. -4 C. 2 D. -2

2. 设 x 是实数, “ $x < 0$ ” 是 “ $\frac{1}{x} < 1$ ” 的 () 条件
A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 充分必要 D. 既不充分也不必要

3. 若椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{m} = 1$ 与双曲线 $T: x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 有相同的焦点, 则双曲线 T 的渐近线方程为 ()
A. $y = \pm \frac{1}{4}x$ B. $y = \pm \frac{1}{2}x$ C. $y = \pm 4x$ D. $y = \pm 2x$

4. “珠算之父”程大位是我国明代伟大的数学家, 他的应用数学巨著《算法统宗》的问世, 标志着我国的算法由筹算到珠算转变的完成, 程大位在《算法统宗》中常以诗歌的形式呈现数学问题, 其中有一首“竹筒容米”问题: “家有九节竹一茎, 为因盛米不均平, 下头三节三升九, 上梢四节贮三升, 唯有中间两节竹, 要将米数次第盛, 若有先生能算法, 也教算得到天明.” ([注释]三升九: 3.9 升, 次第盛: 盛米容积依次相差同一数量) 用你所学的数学知识求得中间两节的容积为 ()
A. 1.9 升 B. 2.1 升 C. 2.2 升 D. 2.3 升

5. 已知抛物线 $C: y^2 = x$ 的焦点为 F , $A(x_0, y_0)$ 是 C 上一点, $|AF| = \frac{5}{4}x_0$. 则 $x_0 =$ ()
A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

6. 如图, 已知圆柱的底面半径为 2, 与圆柱底面成 60° 角的平面截这个圆柱得到一个椭圆, 则该椭圆的焦距为 ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{3}$



7. 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 过 F_2 的直线交椭圆于

A, B 两点, 且 $\overrightarrow{AF_1} \cdot \overrightarrow{AF_2} = 0, \overrightarrow{AF_2} = 2\overrightarrow{F_2B}$, 则椭圆 E 的离心率为()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

8. 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 满足 $b_n = \log_2 a_n, n \in N^*$, 其中 $\{b_n\}$ 是等差数列, 且 $a_9 \cdot a_{2012} = \frac{1}{4}$,

则 $b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{2020} = ()$

- A. 2020 B. -2020 C. $\log_2 2020$ D. 1010

二、多选题

9. 设 $x, y \in R_+, S = x + y, P = xy$, 以下四个命题中正确的是().

- A. 若 P 为定值 m , 则 S 有最大值 $2\sqrt{m}$ B. 若 $S = P$, 则 P 有最大值 4
C. 若 $S = P$, 则 S 有最小值 4 D. 若 $S^2 \geq kP$ 恒成立, 则 k 的取值范围为 $k \leq 4$

10. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{y^2}{2} - x^2 = 1$ 的上、下焦点, 点 M 是该双曲线的一条渐近线上

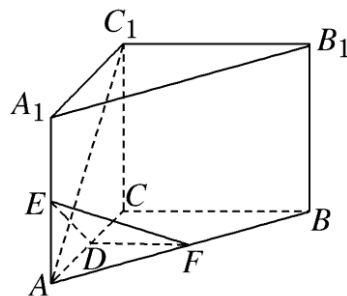
的一点, 并且以线段 F_1F_2 为直径的圆经过点 M , 则下列说法正确的有()

- A. 双曲线 C 的渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{2}x$ B. 以 F_1F_2 为直径的圆方程为 $x^2 + y^2 = 2$
C. 点 M 的横坐标为 $\pm\sqrt{2}$ D. $\triangle MF_1F_2$ 的面积为 $\sqrt{3}$

11. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC = BC = AA_1 = 2, \angle ACB = 90^\circ$, D, E, F

分别为 AC, AA_1, AB 的中点. 则下列结论正确的是()

- A. AC_1 与 EF 相交
B. $B_1C_1 \parallel$ 平面 DEF
C. EF 与 AC_1 所成的角为 90°
D. 点 B_1 到平面 DEF 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$



12. 大衍数列, 来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论. 主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理. 数列中的每一项, 都代表太极衍生过程中, 曾经经历过的两仪数量总和, 是中国传统文化中隐藏着的世界数学史上第一道数列题. 其前 10 项依次是 0, 2, 4, 8, 12, 18, 24, 32, 40, 50, ..., 则下列说法正确的是()
- A. 此数列的第 20 项是 200; B. 此数列的第 19 项是 182
- C. 此数列偶数项的通项公式为 $a_{2n} = 2n^2$ D. 此数列的前 n 项和为 $S_n = n(n-1)$

三、填空题

13. 谈祥柏先生是我国著名的数学科普作家, 在他的《好玩的数学》一书中, 有一篇文章《五分钟挑出埃及分数》, 文章告诉我们, 古埃及人喜欢使用分子为 1 的分数 (称为埃及分数), 则下列埃及分数

$$\frac{1}{1 \times 3}, \frac{1}{3 \times 5}, \frac{1}{5 \times 7}, \dots, \frac{1}{2019 \times 2021} \text{ 的和是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

14. 若正实数 a, b , 满足 $a+b=1$, 则 $\frac{b}{3a} + \frac{3}{b}$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$

15. 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形 $ABCD$, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AB=2$, 若该四棱锥的所有顶点都在体积为 $\frac{9\pi}{2}$ 的同一球面上, 则 PA 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$

16. 已知曲线 $C: x^4 + y^4 + mx^2y^2 = 1$ (m 为常数).

(1) 给出下列结论:

- ① 曲线 C 为中心对称图形;
 ② 曲线 C 为轴对称图形;
 ③ 当 $m = -1$ 时, 若点 $P(x, y)$ 在曲线 C 上, 则 $|x| \geq 1$ 或 $|y| \geq 1$.

其中, 所有正确结论的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

- (2) 当 $m > -2$ 时, 若曲线 C 所围成的区域的面积小于 π , 则 m 的值可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
 (写出一个即可)

小题大赛 (1) 答案

一、单选题: BADB ADCB

二、多选题: CD AD BCD AC

三、填空题:

13. $\frac{1010}{2021}$ 14. 5 15. 1 16. (1) ①②③ (2) $m > 2$ 均可