

仪征中学高一周末试卷（6）

班级_____姓名_____学号_____

题号	一	二	三	总分
得分				

一、选择题（本大题共 6 小题，共 30.0 分）

- 若 $\sin\alpha > 0$ 且 $\tan\alpha < 0$ ，则 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边在（ ）
 - 第一象限
 - 第二象限
 - 第一象限或第三象限
 - 第三象限或第四象限
- 设集合 $A = \{x|y = \lg(x-3)\}$ ， $B = \{y|y = 2^x, x \in R\}$ ，则 $A \cup B$ 等于（ ）
 - $\emptyset$
 - R
 - $\{x|x > 1\}$
 - $\{x|x > 0\}$
- 已知 $\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha) = \frac{1}{3}$ ，则 $\cos(\frac{5\pi}{6} + \alpha) =$ （ ）
 - $\frac{1}{3}$
 - $-\frac{1}{3}$
 - $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 - $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- 若函数 $y = x^2 + (2a-1)x + 1$ 在区间 $(-\infty, 2]$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围是（ ）
 - $[-\frac{3}{2}, +\infty)$
 - $(-\infty, -\frac{3}{2}]$
 - $[\frac{3}{2}, +\infty)$
 - $(-\infty, \frac{3}{2}]$
- 给出下列命题：
 - ①第二象限角大于第一象限角；
 - ②三角形的内角是第一象限角或第二象限角；
 - ③不论用角度制还是用弧度制度量一个角，它们与扇形所对半径的大小无关；
 - ④若 $\sin\alpha = \sin\beta$ ，则 α 与 β 的终边相同；
 - ⑤若 $\cos\theta < 0$ ，则 θ 是第二或第三象限的角.
 其中正确命题的个数是（ ）
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
- 已知在 $(-\infty, 1]$ 上递减的函数 $f(x) = x^2 - 2tx + 1$ ，且对任意的 $x_1, x_2 \in [0, t+1]$ ，总有 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 2$ ，则实数 t 的取值范围为（ ）
 - $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
 - $[1, \sqrt{2}]$
 - $[2, 3]$
 - $[1, 2]$

二、填空题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

- 计算： $\log_3 \sqrt{27} + \lg 25 + \lg 4 + 7^{\log_7 2} - (\frac{8}{27})^{-\frac{1}{3}} =$ _____.
 - 设函数 $f(x)$ 是奇函数，当 $x < 0$ 时， $f(x) = 3^x + x$ ，则当 $x > 0$ 时， $f(x) =$ _____.
- ## 三、解答题（本大题共 3 小题，共 36.0 分）
- 已知角 α 的终边经过点 $P(-4, 3)$.
 - (1) 求 $\frac{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) \sin(-\pi - \alpha)}{\cos(\frac{5\pi}{2} - \alpha) \sin(\frac{9\pi}{2} + \alpha)}$ 的值；
 - (2) 求 $\sin\alpha \cos\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha + 1$ 的值.

10. 已知函数 $f(x) = -a^{2x} - 2a^x + 1$ ($a > 1$)

(1) 求函数 $f(x)$ 的值域;

(2) 若 $x \in [-2, 1]$ 时, 函数 $f(x)$ 的最小值为 -7, 求 a 的值.

11. 已知定义域为 R 的函数 $f(x) = \frac{-2^x + b}{2^{x+1} + a}$ 是奇函数.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 若对任意的 $t \in R$, 不等式 $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$ 恒成立, 求 k 的取值范围.

答案和解析

1. 【答案】C

2. 【答案】D

解: 集合 $A = \{x|y = \lg(x-3)\} = \{x|x-3 > 0\} = \{x|x > 3\}$,

$B = \{y|y = 2^x, x \in \mathbb{R}\} = \{y|y > 0\}$,

则 $A \cup B = \{x|x > 0\}$.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查利用诱导公式进行化简求值, 利用诱导公式可得 $\cos$

$(\frac{5\pi}{6} + \alpha) = \cos[\frac{\pi}{2} + (\frac{\pi}{3} + \alpha)] = -\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)$, 利用条件求得结果, 属于基础题.

【解答】

解: $\cos(\frac{5\pi}{6} + \alpha) = \cos[\frac{\pi}{2} + (\frac{\pi}{3} + \alpha)] = -\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha) = -\frac{1}{3}$,

故选 B.

4. 【答案】B

解: $\because$ 函数 $y = x^2 + (2a-1)x + 1$ 的图象是方向朝上, 以直线 $x = \frac{2a-1}{-2}$ 为对称轴的抛

物线又 $\because$ 函数在区间 $(-\infty, 2]$ 上是减函数, 故 $2 \leq \frac{2a-1}{-2}$ 解得 $a \leq -\frac{3}{2}$

5. 【答案】A

【解析】其中正确命题是③, 只有 1 个.

6. 【答案】B

解: 由于函数 $f(x) = x^2 - 2tx + 1$ 的图象的对称轴为 $x = t$,

函数 $f(x) = x^2 - 2tx + 1$ 在区间 $(-\infty, 1]$ 上单调递减, $\therefore t \geq 1$.

则在区间 $[0, t+1]$ 上, 0 离对称轴 $x = t$ 最远,

故要使对任意的 $x_1, x_2 \in [0, t+1]$, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 2$,

只要 $f(0) - f(t) \leq 2$ 即可, 即 $1 - (t^2 - 2t^2 + 1) \leq 2$, 求得 $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$.

再结合 $t \geq 1$, 可得 $1 \leq t \leq \sqrt{2}$.

7. 【答案】4

解: 原式 $= \log_3 3^{\frac{3}{2}} + \lg(25 \times 4) + 2 - [(\frac{2}{3})^3]^{-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} + 2 + 2 - \frac{3}{2} = 4$.

8.【答案】 $-3^{-x}+x$

9.【答案】解：由题意 $r=5$,

因此 $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$, (1) 原式 $= \frac{-\sin\alpha \cdot \sin\alpha}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha} = -\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$;

(2) 原式 $= \frac{3}{5} \times \left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 + 1 = \frac{4}{5}$.

10.【答案】解：(1) 令 $t=a^x > 0$, $\therefore f(x) = g(t) = -t^2 - 2t + 1 = -(t+1)^2 + 2$

$\therefore t > 0$, $\therefore$ 函数 $g(t)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减,

$\therefore g(t) < 1$,

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的值域为 $(-\infty, 1)$

(2) $\because a > 1$, $\therefore x \in [-2, 1]$ 时, $t = a^x \in [a^{-2}, a]$,

$\therefore f(x) = g(t) = -t^2 - 2t + 1 = -(t+1)^2 + 2$

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $[-2, 1]$ 上单调减

$\therefore x=1$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最小值

$\therefore x \in [-2, 1]$ 时, 函数 $f(x)$ 的最小值为 -7 ,

$\therefore -(a+1)^2 + 2 = -7$

$\therefore (a+1)^2 = 9$

$\therefore a=2$ 或 -4 (舍去)

所以 $a=2$.

11.【答案】解：(I) 因为 $f(x)$ 是奇函数, 所以 $f(0)=0$,

即 $\frac{b-1}{a+2} = 0 \Rightarrow b=1 \therefore f(x) = \frac{1-2^x}{a+2^{x+1}}$

又由 $f(1) = -f(-1)$ 知 $\frac{1-2}{a+4} = -\frac{1-\frac{1}{2}}{a+1} \Rightarrow a=2$.

所以 $a=2$, $b=1$.

经检验 $a=2$, $b=1$ 时, $f(x) = \frac{-2^x+1}{2^{x+1}+2}$ 是奇函数.

(II) 由 (I) 知 $f(x) = \frac{1-2^x}{2+2^{x+1}} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2^{x+1}}$,

易知 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为减函数.

又因为 $f(x)$ 是奇函数,

所以 $f(t^2-2t) + f(2t^2-k) < 0$

等价于 $f(t^2-2t) < -f(2t^2-k) = f(k-2t^2)$,

因为 $f(x)$ 为减函数, 由上式可得: $t^2-2t > k-2t^2$.

即对一切 $t \in \mathbb{R}$ 有: $3t^2-2t-k > 0$,

从而判别式 $\Delta = 4+12k < 0 \Rightarrow k < -\frac{1}{3}$.

所以 k 的取值范围是 $k < -\frac{1}{3}$.