

# 高三数学练习卷

## 附加题

21. 【选做题】本题包括 A, B, C 三小题, 请选定其中两小题作答. 若多做, 则按作答的前两小题评分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

### A 选修 4—2: 矩阵与变换

变换  $T_1$  是逆时针旋转  $\frac{\pi}{2}$  的旋转变换, 对应的变换矩阵是  $M_1$ ; 变换  $T_2$  对应用的变换矩阵是  $M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ . 求曲线  $x^2 + y^2 = 1$  的图象依次在  $T_1$ ,  $T_2$  变换的作用下所得曲线的方程.

### B. 选修 4—4: 极坐标与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  中, 以坐标原点  $O$  为极点, 以  $x$  轴正半轴为极轴, 建立极坐标系,

直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho(\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta) = 4\sqrt{3}$ , 设点  $P$  是曲线  $C: x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$  上的动点, 求  $P$  到直线  $l$  距离的最大值.

### C. 选修 4—5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |x - 2|$ ,  $g(x) = |x + 1| - x$ . 若存在实数  $x$ , 使不等式  $m - g(x) \geq f(x) + x (m \in \mathbf{R})$  成立, 求实数  $m$  的最小值.

【必做题】第 22 题、第 23 题, 每题 10 分, 共计 20 分. 解答时应写出文字说明、证明

过程或演算步骤.

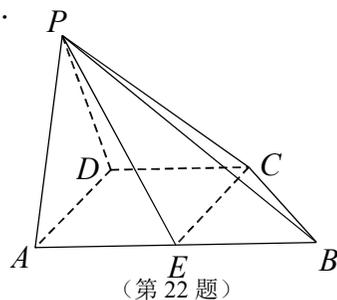
22. (本小题满分 10 分)

在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 2CD = 2BC = 2AD = 4$ ,  $\angle DAB = 60^\circ$ ,  $AE = BE$ ,  $\triangle PAD$  为正三角形, 且平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ .

(1) 求二面角  $P-EC-D$  的余弦值;

(2) 线段  $PC$  上是否存在一点  $M$ , 使得异面直线  $DM$  和  $PE$  所成的角的余弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{8}$ ?

若存在, 指出点  $M$  的位置; 若不存在, 请说明理由.



23. (本小题满分 10 分)

已知非空集合  $M$  满足  $M \subseteq \{0, 1, 2, \dots, n\} (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$ . 若存在非负整数  $k (k \leq n)$ , 使得当  $a \in M$  时, 均有  $2k - a \in M$ , 则称集合  $M$  具有性质  $P$ . 记具有性质  $P$  的集合  $M$  的个数为  $f(n)$ .

(1) 求  $f(2)$  的值;

(2) 求  $f(n)$  的表达式.