

江苏省仪征中学 18—19 学年第二学期文科期末复习讲义 (5)

一. 填空题:

1. 函数 $f(x) = \frac{\ln(2x-x^2)}{x-1}$ 的定义域为_____.
2. 函数 $y = 4\sin^2 x - 12\cos x - 1$, $x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}]$ 的值域为_____.
3. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$, $x \in \mathbf{R}$ (其中 $A > 0$, $\omega > 0$, $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象与 x 轴的交点中, 相邻两个交点之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 且图象上一个最低点为 $M(\frac{2\pi}{3}, -2)$, 则 $f(x)$ 的解析式为_____.
4. 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ ($0 \leq x < \pi$), 且 $f(\alpha) = f(\beta) = \frac{1}{2}$ ($\alpha \neq \beta$), 则 $\alpha + \beta =$ _____.
5. 过点 $P(1, 0)$ 作圆 $C: (x-4)^2 + (y-2)^2 = 9$ 的两条切线, 切点分别为 A 、 B , 则切线方程为_____; 切线长 PA 为_____; 直线 AB 的方程为_____.
6. 直线 $l_1: y = kx + 3$ 与圆 $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ 相交于 M , N 两点, 若 $MN \geq 2\sqrt{3}$, 则 k 的取值范围是_____.
7. 设 $x \in (0, \pi)$, 则函数 $y = \frac{\sin x}{2} + \frac{2}{\sin x}$ 的最小值为_____.
8. 设点 P 是曲线 $y = \ln x$ 图象上任意一点, 则点 P 到直线 $y = x$ 的最短距离是_____.
9. 已知过原点的动直线 l 与圆 $C_1: x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ 相交于不同的两点 A , B , 则线段 AB 的中点 M 的轨迹 C 的方程为_____.
10. 已知 $f(x) = xe^x$, $g(x) = -(x+1)^2 + a$, 若 $\exists x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x_1) \leq g(x_2)$ 成立, 则 a 的取值范围是_____.
11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$, $O_1: (x-4)^2 + y^2 = 4$, 动点 P 在直线 $x + \sqrt{3}y - b = 0$ 上, 过 P 分别作圆 O , O_1 的切线, 切点分别为 A , B , 若满足 $PB = 2PA$ 的点 P 有且只有一个, 则实数 b 的值是_____.

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_4 x|, & 0 < x \leq 4 \\ x^2 - 10x + 25, & x > 4 \end{cases}$, 若 a, b, c, d 是互不相同的正数, 且

$f(a) = f(b) = f(c) = f(d)$, 则 $abcd$ 的取值范围是_____

二. 解答题

13. 已知 $\alpha, \beta \in (0, \pi)$, 且 $\tan \alpha = 2$, $\cos \beta = -\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

(1) 求 $\cos 2\alpha$ 的值;

(2) 求 $2\alpha - \beta$ 的值.

14. 设 $a \in \mathbb{R}$, 命题 $p: \exists x \in [1, 2]$, 满足 $(a-1)x - 1 > 0$. 命题 $q: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + ax + 1 > 0$,

(1) 若命题 $p \wedge q$ 是真命题, 求 a 的范围;

(2) $(\neg p) \wedge q$ 为假, $(\neg p) \vee q$ 为真, 求 a 的取值范围.

15. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x - \sqrt{3}\cos^2 x$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小周期和最小值,

(II) 将函数 $f(x)$ 的图像上每一点的横坐标伸长到原来的两倍, 纵坐标不变, 得到函数 $g(x)$ 的图像. 当 $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ 时, 求 $g(x)$ 的值域.

16. 已知以点 C 为圆心的圆经过点 $A(-1, 0)$ 和 $B(3, 4)$, 且圆心在直线 $x + 3y - 15 = 0$ 上.

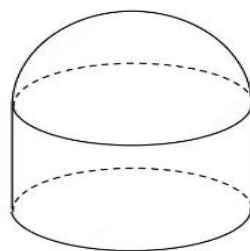
(1) 求圆 C 的方程; (2) 设点 P 在圆 C 上, 求 $\triangle PAB$ 的面积的最大值.

17. 某市度假村有一特色星空酒店，该酒店由多座帐篷构成. 每一座帐篷的体积为 $54\pi m^3$ ，且分上下两层，其中上层是半径为 $r m$ ($r \geq 1$) 的半球体，下层是半径为 $r m$ ，高为 $h m$ 的圆柱体 (如图 2). 经测算，上层半球体部分每平方米的建造费用为 2 千元，下方圆柱体的侧面、隔层和地面三个部分平均每平方米建造费用为 3 千元. 设每一座帐篷的建造总费用为 y 千元.

- (1) 求 y 关于的 r 函数解析式，并指出该函数的定义域；
- (2) 当半径 r 为何值时，一座帐篷的总建造费用最小，并求出最小值.



(图 1)



(图 2)

18. 已知函数 $f(x) = x \ln x - (k+1)x$, $k \in R$.

- (1) 若 $k = -1$ ，求 $f(x)$ 的最值；
- (2) 若对于任意 $x \in [e, e^3]$ ，都有 $f(x) < 4 \ln x$ 成立，求实数 k 的取值范围；
- (3) 若对于任意 $x \in [2, e^2]$ ，都有 $f(x) > -2x - k$ 成立，求整数 k 的最大值.