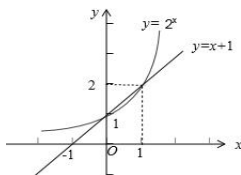


答案和解析

1. 【答案】D 不等式 $f(x) > 0$, 即 $2^x > x + 1$. 由于函数 $y = 2^x$ 和直线 $y = x + 1$ 图

象都经过点 $(0,1)$ 、 $(1,2)$, 图象:



$f(x) > 0$ 的解集 $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

2. 【答案】C 解: 由已知得 $\lg x_1 = -\lg 2, \lg x_2 = -\lg 3, \therefore x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{3}, \therefore x_1 x_2 = \frac{1}{6}$

3. 【答案】BD 解: 对于A: 不等式 $\frac{x+1}{(x-1)^2} > 1$ 的解集为 $(0,1) \cup (1,3)$, 故A错; 对于B:

函数 $f(x) = \frac{2x+1}{x-1} = \frac{2(x-1)+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 2$, 由函数 $g(x) = \frac{3}{x}$ 向右平移1个单位, 再向上平移

2个单位得到的, 函数的图象关于点 $(1,2)$ 对称, 故B正确; 对于C: 函数 $f(x) = \frac{x^4-1}{x^2-1}$ 的

定义域为 $\{x|x \neq \pm 1\}$, 函数 $g(x) = x^2 + 1$ 的定义域为 $\mathbb{R}$, 不为同一个函数, 故C错; 对于D:

已知 $a, b, c > 0$, 则 $2[(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2] - 2\sqrt{ab} - 2\sqrt{ac} - 2\sqrt{bc} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + (\sqrt{c} - \sqrt{a})^2 + (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2 \geq 0$, 则 $a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}$, 故D正确.

4. 【答案】 $[-1, 3]$ 解: 若命题“ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + (a-1)x + 1 < 0$ ”是假命题, 则命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + (a-1)x + 1 \geq 0$ ”是真命题, 即判别式 $\Delta = (a-1)^2 - 4 \leq 0$, 解得 $-1 \leq a \leq 3$, 故答案为 $[-1, 3]$.

5. 【答案】 $k \leq -\frac{1}{5}$ 根据题意, 函数 $y = kx^2 + (k+1)x + 1$, 当 $k = 0$ 时, $y = x + 1$, 在 $\mathbb{R}$ 上为增函数, 不符合题意; 当 $k \neq 0$ 时, 函数 $y = kx^2 + (k+1)x + 1$ 为二次函数, 若函数 $y = kx^2 + (k+1)x + 1, x \in [2, +\infty)$ 是单调减函数, 则 $\begin{cases} k < 0 \\ -\frac{k+1}{2k} \leq 2 \end{cases}$, 解可得: $k \leq -\frac{1}{5}$, 综合可得 k 的取值范围为: $k \leq -\frac{1}{5}$; 故答案为: $k \leq -\frac{1}{5}$.

6. 【答案】解: (1) $\because$ 函数 $f(x) = \frac{ax+b}{1+x^2}$ 是定义域为 $(-1,1)$ 上的奇函数, $\therefore f(0) = \frac{b}{1} = 0$, $\therefore b = 0$, $\therefore f(x) = \frac{ax}{1+x^2}$, $a > 0$, 任取 $x_1, x_2 \in (-1,1)$, 且 $x_1 < x_2$, $\therefore f(x_1) - f(x_2) = \frac{ax_1}{1+x_1^2} - \frac{ax_2}{1+x_2^2} = \frac{a(x_1+x_1x_2^2-x_2-x_2x_1^2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)} = \frac{a(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$, $\because a > 0, -1 < x_1 < x_2 < 1, \therefore x_1 - x_2 < 0, 1 - x_1x_2 > 0, 1 + x_1^2 > 0, 1 + x_2^2 > 0, \therefore f(x_1) < f(x_2) \therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上是增函数.

(2) $\because f(2t-1) + f(t-1) < 0, \therefore f(2t-1) < -f(t-1), \therefore$ 函数 $f(x)$ 是定义域为 $(-1,1)$ 上的奇函数, 且 $a > 0. \therefore f(2t-1) < f(1-t), \therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $(-1,1)$

上是增函数, $\therefore \begin{cases} 2t-1 < 1-t \\ -1 < 2t-1 < 1 \end{cases}$, 解得 $0 < t < \frac{2}{3}$. 故实数 t 的范围是 $(0, \frac{2}{3})$.