《数列》满分训练

班级________姓名__________ 评价

准确率	规范性
过关	过关

1.(2020·临沂教学质检)已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$a_3=6$,$S_4=20$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若a_1,a_k,S_{k+2}成等比数列,求正整数k的值.

2.(2020·济南模拟)给出以下三个条件:

①$S_{n+1}=4S_n+2$;②$3S_n=2^{2n+1}+\lambda(\lambda\in\mathbf{R})$;③$3S_n=a_{n+1}-2$.

请从这三个条件中任选一个将下面的题目补充完整,并求解.

设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,$a_1=2$,且满足________.

记$b_n=\log_2 a_1+\log_2 a_2+\cdots+\log_2 a_n$,$c_n=\dfrac{n^2+n}{b_nb_{n+1}}$,求数列$\{c_n\}$的前$n$项和$T_n$.

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

3.(2020·嘉兴期末)在数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$中,设S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和,已知$a_1=1$,$a_{n+1}=a_n+2$,$3b_1+5b_2+\cdots+(2n+1)b_n=2^n\cdot a_n+1$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求a_n和S_n;

(2)当$n\geqslant k$时,$b_n\geqslant 8S_n$恒成立,求整数k的最小值.

4. 在①$q+d=0$,②$a_4+b_7=0$,③$S_3=9$这三个条件中任选一个,补充在下面的问题中,若问题中的λ存在,求出λ的值;若不存在,说明理由.

数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列,S_n是公差为d的等差数列$\{b_n\}$的前n项和,________,$a_2=2$,$a_5=16$,$a_3=b_3$,是否存在正整数λ,使得$\lambda S_n\leqslant 50$?

5. 在①$b_4=a_3+a_5$;②$b_4+b_6=3a_3+3a_5$;③$a_2+a_3=b_4$这三个条件中任选一个,补充在下面的问题中,若问题中的k存在,求出k的值;若k不存在,说明理由.

已知$\{a_n\}$是等差数列,其前n项和为S_n,$\{b_n\}$是公比大于0的等比数列,$b_1=1$,$b_3=b_2+2$,$b_5=a_4+2a_6$,且________,设$c_n=\dfrac{b_2}{S_n}$,是否存在k,使得对任意的$n\in\mathbf{N}^*$,都有$c_k\leqslant c_n$?

6. (2020·青岛调研检测)已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,满足$S_2=3S_1$,$S_4=15$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式及S_n;

(2)设数列$\left\{\dfrac{S_{2n}}{a_{n+1}}\right\}$的前$n$项和为$T_n$,若$T_n>\dfrac{33}{2^n}-3$,求正整数$n$的取值范围.

7.(2020·安徽宣城八校联考)设递增数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,a_1,a_2,a_5成等比数列,且对任意$n\in\mathbf{N}^*$,函数$f(x)=(a_{n+2}-a_{n+1})x-(a_n-a_{n+1})\sin x+a_n\cos x$满足$f'(\pi)=0$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,$b_n=\frac{1}{S_n}$,数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n,证明:$T_n<2$.

8.从①$a_2=5$,$S_{n+1}-2S_n+S_{n-1}=3(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$,②$a_2=5$,$S_{n+1}=3S_n-2S_{n-1}-a_{n-1}(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$,③$\frac{S_n}{n}-\frac{S_{n-1}}{n-1}=\frac{3}{2}(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$这三个条件中任选一个,补充在下面题目条件中,并解答.

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,$a_1=2$,且________.

(1)求a_n;

(2)已知b_n是a_n,a_{n+1}的等比中项,求数列$\left\{\frac{1}{b_n^2}\right\}$的前$n$项和$T_n$.

9.已知$\{a_n\}$是公比为q的无穷等比数列,其前n项和为S_n,满足$a_3=12$,________.是否存在正整数k,使得$S_k>2\ 020$?若存在,求k的最小值;若不存在,说明理由.

从①$q=2$,②$q=\frac{1}{2}$,③$q=-2$这三个条件中任选一个,补充在上面问题中并作答.

10. 正数数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $4S_n=(a_n+1)^2$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)在① $b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$；② $b_n=3^n\cdot a_n$；③ $b_n=\dfrac{1}{4S_n-1}$ 这三个条件中任选一个，补充在下面的问题中并求解.

若________，求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

11. 在① $n\geqslant 2$ 时，$\sqrt{S_n}=\sqrt{S_{n-1}}+1$，② $a_n^2+2a_n=4S_n-1$，③ $\{a_n\}$ 为等差数列，$\dfrac{S_{12}}{12}-\dfrac{S_{10}}{10}=2$ 这三个条件中任选一个，补充在下面的问题中，并证明 $T_n<\dfrac{1}{2}$.

已知正数数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，____，$b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$，$T_n$ 为 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，证明 $T_n<\dfrac{1}{2}$.