长郡中学2021届高三高考考前保温卷一

一、单选题

1．已知集合 $A=\left\{x\middle|0\le \ln x\le 1\right\}$，$B=\left\{x\middle|x^2-x-2\le 0\right\}$，则 $A\quad B=$（　　）

A．$[-1,2]$　　B．$[-1,e]$　　C．$[0,2]$　　D．$[0,e]$

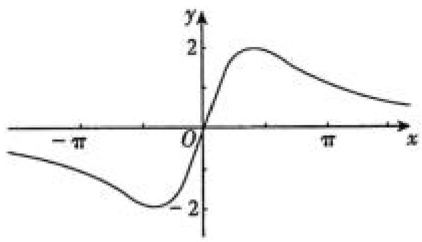
2．若 $z\left(1-i\right)=2$，则 $z=$（　　）

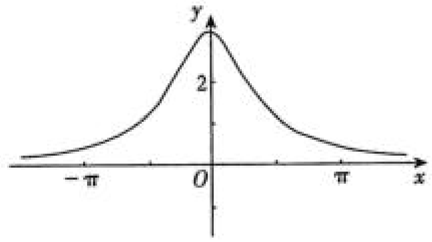
A．$1-i$　　B．$1+i$　　C．$-1-i$　　D．$-1+i$

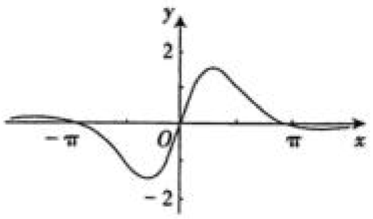
3．　ABC 中，“$\sin A=\dfrac{1}{2}$”是“$A=\dfrac{\pi}{6}$”的（　　）

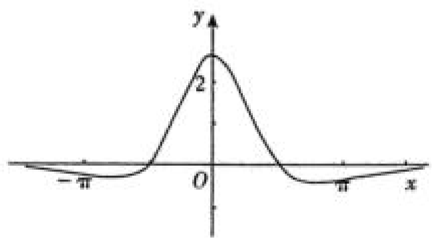
A．充要条件　　B．充分不必要条件　　C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

4．函数 $f(x)=\dfrac{3x}{x^2+\cos x}$ 的图像大致为（　　）

A．


B．


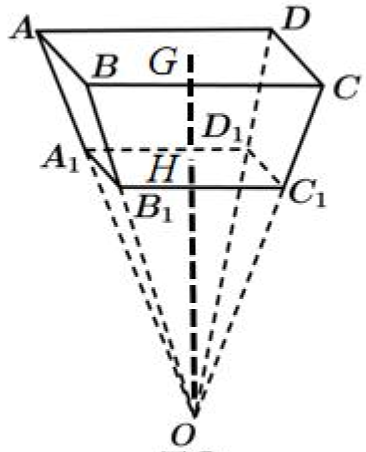
C．


D．


5．鼎是古代烹煮用的器物，它是我国青铜文化的代表，在古代被视为立国之器，是国家和权力的象征.图①是一种方鼎，图②是根据图①绘制的方鼎简易直观图，图中四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是鼎中盛烹煮物的部分，四边形 $ABCD$ 是矩形，其中 $AD=40\text{cm}$，$AB=30\text{cm}$，$A_1B_1=20\text{cm}$，点 A_1 到平面 $ABCD$ 的距离为18cm，则这个方鼎一次最多能容纳的食物体积为（　　）

（假定烹煮的食物全在四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 内）

图①



图②

A．10400cm^3　　B．14000cm^3　　C．14800cm^3　　D．15200cm^3

6．设$\sin 20°=m$，$\cos 20°=n$，化简$\dfrac{\tan 10°+1}{1-\tan 10°}-\dfrac{1}{1-2\sin^2 10°}=$（　　）

A．$\dfrac{m}{n}$　　B．$-\dfrac{m}{n}$　　C．$\dfrac{n}{m}$　　D．$-\dfrac{n}{m}$

7．已知$a=\dfrac{\ln 2}{2}$，$b=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$(e=2.718…为自然对数的底数)，$c=\dfrac{2\ln 3}{9}$，则a，b，c的大小关系为（　　）

A．$a>b>c$　　B．$a>c>b$

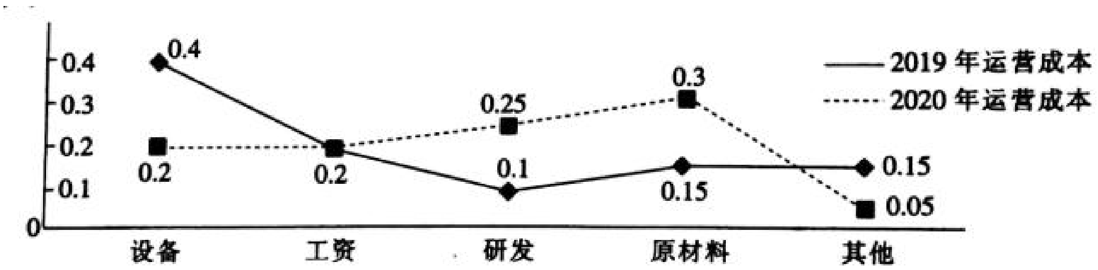
C．$b>a>c$　　D．$b>c>a$

8．已知抛物线C：$y^2=2px\left(p>0\right)$的焦点为$F\left(2,0\right)$，过点F的直线交C于A，B两点，OAB的重心为点G，则点G到直线$3x-3y+1=0$的距离的最小值为（　　）

A．2　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$2\sqrt{2}$

二、多选题

9．日本导演竹内亮拍摄的记录片《后疫情时代》是继《南京抗疫现场》、《好久不见，武汉》之后，又一部以中国抗疫为主题的记录片力作.该片以南京马拉松比赛、无人配送、网络直播等为切入点，真实记录了中国在疫情防控复工复产方面取得的重大成就，并指出：“在新冠疫情冲击下，中国在全球主要经济体中率先恢复增长，成为世界经济体中的亮点”.片中记录某物流公司引进智能无人配送技术，为疫情期间居家隔离网上购物带来了很大的便利，同时也大大提升了公司的效益.2020年全年总收入与2019年全年总收入相比增长了一倍，同时该公司的各项运营成本也随着收入的变化发生了相应变化.下图给出了该公司这两年不同运营成本占全年总成本的比例.已知该公司这两年的年利润率相同，注：年利润率=(全年总收入-全年总成本)/全年总收入.



下列说法错误的是（　　）

A．该公司 2020 年原材料费用等于 2019 年工资金额与研发费用的总和

B．该公司 2020 年研发费用是 2019 年工资金额、原材料费用、其他费用三项的总和

C．该公司 2020 年其他费用占 2019 年工资金额的$\dfrac{1}{4}$

D．该公司 2020 年设备费用是 2019 年原材料费用的两倍

10．已知正数a,b满足$\left(a-1\right)b=1$，则（　　）

A．$a+b\geq 3$　　　　B．$2^{a^2-\frac{1}{b^2}}>4$

C．$2\log_2 a+\log_2 b\geq 2$　　　　D．$a^2+b^2>2a$

11．已知正方形$ABCD$的边长为 2，将$\triangle ACD$沿AC翻折到$\triangle ACD'$的位置，得到四面体$D'-ABC$，在翻折过程中，点D'始终位于　ABC所在平面的同一侧，且BD'的最小值为$\sqrt{2}$，则下列结论正确的是（　　）

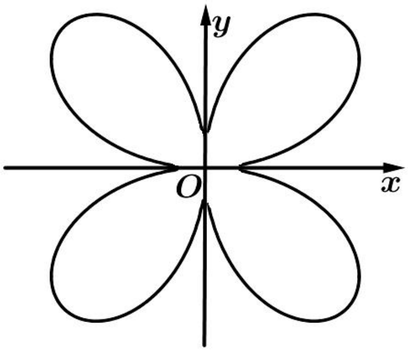
A．四面体$D'-ABC$的外接球的表面积为8π

B．四面体$D'-ABC$体积的最大值为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

C．点D的运动轨迹的长度为$\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}$

D．边AD旋转所形成的曲面的面积为$\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}$

12．曲线$C:\left(x^2+y^2\right)^3=16x^2y^2$为四叶玫瑰线，它是一个几何亏格为零的代数曲线，这种曲线在苜蓿叶型立交桥的布局中有非常广泛的应用，苜蓿叶型立交桥有两层，将所有原来需要穿越相交道路的转向都由环形匝道来实现，即让左转车辆行驶环道后自右侧切向汇入高速公路，四条环形匝道就形成了苜蓿叶的形状．给出下列结论正确的是（　　）



A．曲线 C 只有两条对称轴

B．曲线 C 经过 5 个整点（即横、纵坐标均为整数的点）

C．曲线 C 上任意一点到标原点 O 的距离都不超过 2

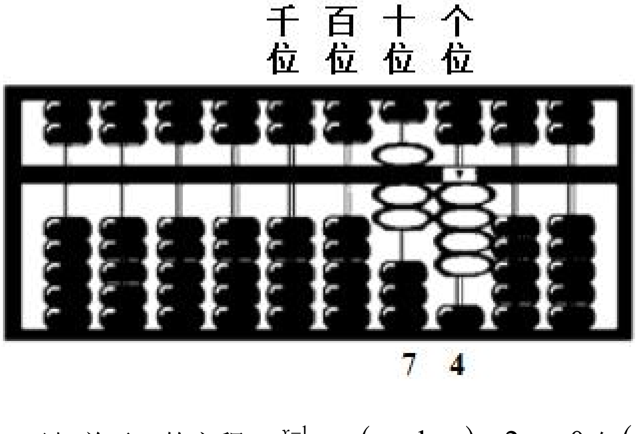
D．曲线 C 上的任一点作两坐标轴的垂线与两坐标轴围成的矩形面积最大值为 2

三、填空题

13．若 $\left(x-\dfrac{1}{2x}\right)^n$ 的展开式中只有第 5 项的二项式系数最大，则展开式中常数项为______（用数字作答）

14．请写出一个符合下列要求的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式：①$\{a_n\}$ 为无穷数列；②$\{a_n\}$ 为单调递增数列；③$0<a_n<2$．这个数列的通项公式可以是______

15．算盘是中国传统的计算工具，其形长方，周为木框，内贯直柱，俗称“档”，档中横以梁，梁上两珠，每珠作数五，梁下五珠，每珠作数一.算珠梁上部分叫上珠，梁下部分叫下珠.例如，在十位档拨上一颗上珠和两颗下珠，个位档拨上四颗下珠，则表示数字 74，若在个、十、百、千位档中随机选择一档拨上一颗下珠，再随机选择两个不同档位各拨一颗上珠，则所表示的数字大于 300 的概率为________



16．已知关于 x 的方程 $xe^{x-1}-a(x+\ln x)-2a=0$ 在 $(0,1]$ 上有两个不相等的实根，则实数 a 的取值范围是________

四、解答题

17. ABC 的内角A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $a\left(2-\cos C\right)=c\left(2\cos B+\cos A\right)$.

（I）求 $\cos C$；

（II）若 ABC 的面积 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$，$\sin\left(A+B\right)+\sin\left(A-B\right)=2\sin 2B$，求 c.

18. 已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_1=2$，且 $a_1+a_2+\quad+a_{n-1}=a_n-2$，其中 $n\geqslant 2$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（1）求证：$\left\{a_n\right\}$ 是等比数列，并求 $\left|a_n\right|$ 的前 n 项和 S_n；

（2）设 $b_n=\dfrac{2a_n}{S_nS_{n+1}}$，数列 $\left\{b_n\right\}$ 的前 n 项和为 T_n，求证：$T_n<\dfrac{1}{2}$.

19．购买盲盒，是当下年轻人的潮流之一．每个系列的盲盒分成若干个盒子，每个盒子里面随机装有一个动漫、影视作品的周边，或者设计师单独设计出来的玩偶，消费者不能提前得知具体产品款式，具有随机属性.消费者的目标是通过购买若干个盒子，集齐该套盲盒的所有产品．现有甲、乙两个系列盲盒，每个甲系列盲盒可以开出玩偶A_1，A_2，A_3中的一个，每个乙系列目盲盒可以开出玩偶B_1，B_2中的一个．

（1）记事件E_n：一次性购买n个甲系列盲盒后集齐玩偶A_1，A_2，A_3玩偶；事件F_n：一次性购买n个乙系列盲盒后集齐B_1，B_2玩偶；求概率$P\left(E_5\right)$及$P\left(F_4\right)$；

（2）某礼品店限量出售甲、乙两个系列的盲盒，每个消费者每天只有一次购买机会，且购买时，只能选择其中一个系列的一个盲盒．通过统计发现：第一次购买盲盒的消费者购买甲系列的概率为$\frac{2}{3}$，购买乙系列的概率为$\frac{1}{3}$；而前一次购买甲系列的消费者下一次购买甲系列的概率为$\frac{1}{4}$，购买乙系列的概率为$\frac{3}{4}$，前一次购买乙系列的消费者下一次购买甲系列的概率为$\frac{1}{2}$，购买乙系列的概率为$\frac{1}{2}$；如此往复，记某人第n次购买甲系列的概率为Q_n．

①Q_n；

②若每天购买盲盒的人数约为100，且这100人都已购买过很多次这两个系列的盲盒，试估计该礼品店每天应准备甲、乙两个系列的盲盒各多少个．

20. 设A，B 为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$ 的左、右顶点，直线 l 过右焦点 F 且与双曲线 C 的右支交于 M，N 两点，当直线 l 垂直于 x 轴时， AMN 为等腰直角三角形.

（1）求双曲线 C 的离心率；

（2）已知直线 AM，AN 分别交直线 $x=\frac{a}{2}$ 于 P,Q 两点，当直线 l 的倾斜角变化时，以 PQ 为直径的圆是否过定点，若过定点，求出定点的坐标；若不过定点，请说明理由.