

午间练 1 答案

1. C 解: $\because$ 集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} / -1 < x < 2\} = \{0, 1\}$,

$\therefore$ 集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} / -1 < x < 2\}$ 的真子集为 $\emptyset, \{0\}, \{1\}$,

所以 A 的真子集个数为 3.

2. A 解: 由 $a^2 > a$, 解得 $a < 0$ 或 $a > 1$,

故 $a > 1$ 是 “ $a^2 > a$ ” 的充分不必要条件,

3. BD 解: 对于 A, 例如 $a = 0, b = -1$ 满足 $a > b$, 但 $|a| < |b|$, 所以 A 错误;

对于 B, 存在量词命题的否定为全称量词命题, 所以 B 正确;

对于 C, 当 $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$, 可得 $x + y \geq 4$, 但 $x = 4, y = 1$ 满足 $x + y \geq 4$, 但 $y < 2$,

所以 “ $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ ” 是 “ $x + y \geq 4$ ” 的充分不必要条件, 所以 C 不正确;

对于 D, 方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实根 $\Leftrightarrow \Delta = 4 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$, 所以 D 正确.

4. $-\frac{5}{2}$ 解: 关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + px + 15 = 0$ 对应的函数有一个零点是 -3 ,

即一元二次方程 $2x^2 + px + 15 = 0$ 的一个根为 -3 , 设另一个根为 a , 则 $3a = -\frac{15}{2}$,

所以 $a = -\frac{5}{2}$, 此函数的另一个零点是 $-\frac{5}{2}$. 故答案为 $-\frac{5}{2}$.

5. (2,12] 解: 不等式 $\frac{3x+4}{x-2} \geq 4$ 可转化为 $\frac{-x+12}{x-2} \geq 0$, 即 $\frac{x-12}{x-2} \leq 0$

等价于 $\begin{cases} (x-2)(x-12) \leq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$, 解得 $2 < x \leq 12$. 故答案为 (2,12].

6. 解: (1) 当 $a = 1$ 时, 命题 $p: 1 < x \leq 3$, 对于命题 q : 由 $\frac{x-1}{2x-4} \leq 1$, 解得 $x < 2$ 或 $x \geq 3$,

$\therefore$ 命题 p, q 均为真命题, 则 $\begin{cases} 1 < x \leq 3 \\ x < 2 \text{ 或 } x \geq 3 \end{cases}$, 解得 $1 < x < 2$ 或 $x = 3$,

$\therefore$ 命题 p, q 均为真命题时, 实数 x 的取值范围是 $(1, 2) \cup \{3\}$.

(2) $\because p$ 是 q 的充分不必要条件, $\therefore$ 集合 $\{x | a < x \leq 3a\}$ 是集合 $\{x | x < 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$ 的真子集,

所以 $\begin{cases} a > 0 \\ 3a < 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a > 0 \\ a \geq 3 \end{cases}$, 解得 $0 < a < \frac{2}{3}$ 或 $a \geq 3$

$\therefore$ 当 p 是 q 的充分不必要条件时, 实数 a 的取值范围是 $(0, \frac{2}{3}) \cup [3, +\infty)$.