

1. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $C: y^2=4x$, 经过 $P(t, 0)(t>0)$ 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点.

(1) 若 $t=4$, 求 AP 长度的最小值;

(2) 设以 AB 为直径的圆交 x 轴于 M, N 两点, 问是否存在 t , 使得 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = -4$? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.