江苏省仪征中学2020届高三下学期数学周末限时训练1（2020.4.11）

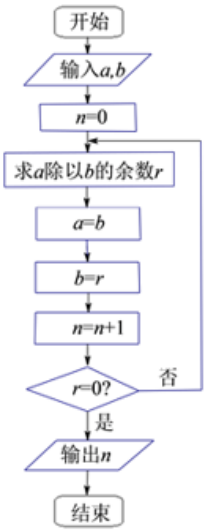
一、填空题：本题共14个小题，每题5分，满分70分.

1．已知集合$A=\{x\,|\,log_2(x-1)<2\}$，$B=\{x\,|\,2<x<6\}$，且$A\cap B=$_____.

2．i是虚数单位，复数$z=\dfrac{i^{2017}}{1+\mathrm{i}}$，则复数$|z|$=_____.

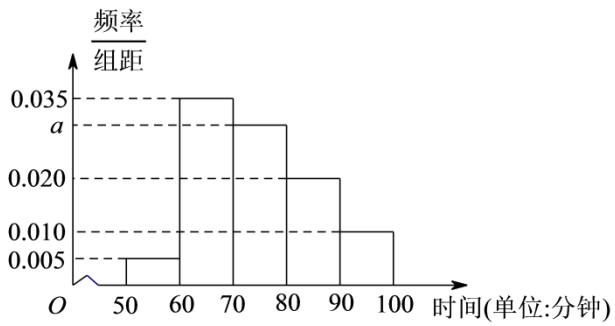
3．函数$y=x^{\frac{1}{2}}+\log_2(1-x)$的定义域为_____

4．执行下图所示的程序框图，如果输入的$a=918,b=238$，则输出的$n=$_____.

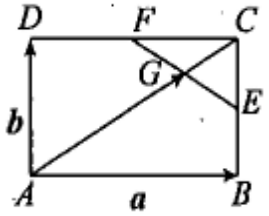


5．已知$\{a_n\}$为等比数列，$a_2=\dfrac{1}{2},a_3a_5=4$，则$q=$_____

6．为调查某校学生每天用于课外阅读的时间，现从该校3000名学生中随机抽取100名学生进行问卷调查，所得数据均在区间[50,100]上，其频率分布直方图如图所示，则估计该校学生中每天用于阅读的时间在[70,80)(单位：分钟)内的学生人数为____.



7．如图，已知 E,F 分别是矩形 $ABCD$ 的边 BC,CD 的中点， EF 与 AC 交于点 G .若 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ ，用 $\vec{a},\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AG}$ ，则 $\overrightarrow{AG}=$_____.



8．函数 $f(x)=e^x\cos x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线的斜率为_____

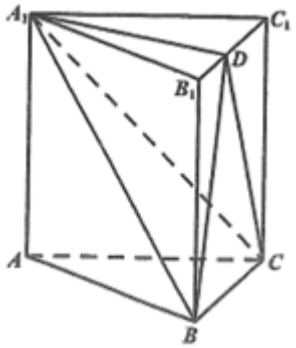
9．袋中装有两个红球、三个白球，四个黄球，从中任取四个球，则其中三种颜色的球均有的概率为_____.

10．已知 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$ ， $2\sin 2\alpha=\cos 2\alpha+1$ ，则 $\sin\alpha=$_____.

11．设奇函数 $y=f(x)(x\in R)$ 满足对任意 $t\in R$ 都有 $f(t)=f(1-t)$ ，且 $x\in[0,\frac{1}{2}]$ 时， $f(x)=-x^2$ ，则 $f(3)+f(-\frac{3}{2})$ 的值等于_____

12．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的渐近线方程为 $y=\pm2\sqrt{2}x$ ，点 $A\left(1,2\right)$ 到右焦点 F 的距离为 $2\sqrt{2}$ ，则 C 的方程为_____.

13．如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各条棱长均为 2， D 为棱 B_1C_1 上任意一点，则三棱锥 $D-A_1BC$ 的体积是___.



14．已知 $f\left(x\right)=\begin{cases}e^x+1,\ x\in[0,2)\\ x-2,x\in[2,6]\end{cases}$ ，若存在 $x_1<x_2$ ，使得 $f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)$ ，则 $x_2f\left(x_1\right)$ 的取值范围为_____.

二、解答题：本大题共 6 小题，共 90 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15．在 ΔABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $b\sin A\cos C+c\sin A\cos B=ac\sin B$ ．

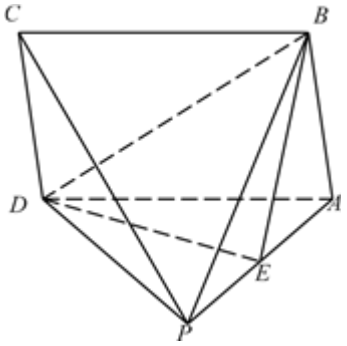
(1)证明：$bc=a$ ；

(2)若 $c=3,\cos C=\dfrac{1}{6}$ ，求 AC 边上的高.

16．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，E 为侧棱 PA 的中点．

（1）求证：PC // 平面 BDE；

（2）若 $PC\perp PA$，$PD=AD$，求证：平面 $BDE\perp$ 平面 PAB.

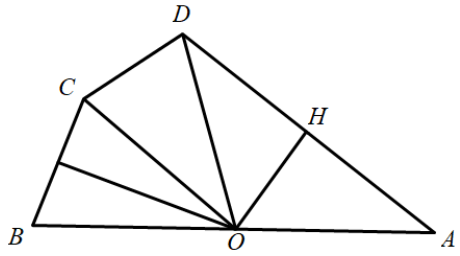


17．在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，点 $(2,1)$ 在椭圆 C 上.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)设直线与圆 $O:x^2+y^2=2$ 相切，与椭圆 C 相交于 P,Q 两点，求证：$\angle POQ$ 是定值.

18．如图为某公园的绿化示意图，准备在道路 AB 的一侧进行绿化，线段 AB 长为 $2km$，$OC=OD=OA=OB=1km$，设 $\angle COB=\theta$.



(1)为了类化公园周围的环境，现要在四边形 $ABCD$ 内种满郁金香，若 $\angle COD=\dfrac{\pi}{3}$，则当 θ 为何值时，郁金香种植面积最大;

(2)为了方便游人散步，现要搭建一条栈道，栈道由线段 BC，CD 和 DA 组成，若 $BC=CD$，则当 θ 为何值时，栈道的总长 l 最长，并求 l 的最大值.

19．已知函数 $m(x)=x\ln x$.

（1）设 $f(x)=a[m'(x)-1]-x^2\ (a\neq 0)$，若函数 $f(x)$ 恰有一个零点，求实数 a 的取值范围；

（2）设 $g(x)=b[m(x)+1]+x^b\ (b>0)$，对任意 $x_1,x_2\in[\frac{1}{e},e]$，有 $|g(x_1)-g(x_2)|\leq e-2$ 成立，求实数 b 的取值范围.

20．设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，已知$a_1=a_2=1$，$b_n=n\cdot S_n+(n+2)a_n$，数列$\{b_n\}$是公差为d的等差数列，$n\in N^*$.

（1）求d的值；

（2）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（3）求证：$(a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdots a_n)\cdot(S_1\cdot S_2\cdot S_3\cdot\cdots S_n)<\frac{2^{2n+1}}{(n+1)(n+2)}$.

第 II 卷（附加题，共 40 分）理科附加题

21．设二阶矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$.

（1） 求 A^{-1}；

（2） 若曲线 C 在矩阵 A 对应的变换作用下得到曲线 C'：$6x^2-y^2=1$，求曲线 C 的方程.

22．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为：$\begin{cases}x=2+2\sqrt{5}\cos\alpha\\y=4+2\sqrt{5}\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 C_2 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$.

（Ⅰ）求 C_1 的极坐标方程和 C_2 的直角坐标方程；

（Ⅱ）若直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{6}(\rho\in R)$，设 C_2 与 C_1 的交点为 O，M，C_3 与 C_1 的交点为 O，N，求 ΔOMN 的面积.

23. 已知 6 只小白鼠有 1 只被病毒感染，需要通过对其化验病毒 *DNA* 来确定是否感染.下面是两种化验方案：方案甲：逐个化验，直到能确定感染为止.方案乙：将 6 只分为两组，每组三个，并将它们混合在一起化验，若存在病毒 *DNA*，则表明感染在这三只当中，然后逐个化验，直到确定感染为止；若结果不含病毒 *DNA*，则在另外一组中逐个进行化验.

（1）求依据方案乙所需化验恰好为 2 次的概率.

（2）首次化验化验费为 10 元，第二次化验化验费为 8 元，第三次及其以后每次化验费都是 6 元，列出方案甲所需化验费用的分布列，并估计用方案甲平均需要体验费多少元？

24．已知函数 $f(x)=\dfrac{3}{9^x+3}$.

（1）求 $f(1)+f(0)$ 和 $f(x)+f(1-x)$ 的值；

（2）记 $S_m=f\left(\dfrac{1}{m}\right)+f\left(\dfrac{2}{m}\right)+\cdots+f\left(\dfrac{m-1}{m}\right)+f\left(\dfrac{m}{m}\right)$，求 S_m；

（3）对（2）中的 S_m 和任意 $m\in\mathbf{N}^*$，均有 $\dfrac{a^m}{S_m}>\dfrac{a^{m+1}}{S_{m+1}^2}$ 成立，求实数 a 的取值范围.（直接写出答案即可，不要求写求解过程.）