

江苏省仪征中学 2019-2020 学年度高二（下）数学综合试卷 3、24

班级_____ 学号_____ 姓名_____

一、选择题（本大题共 12 小题，共 60.0 分）

1、已知 i 为虚数单位，复数 $\frac{1-i}{1+2i}$ 的共轭复数在复平面内对应的点位于()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2、已知 $A_n^2 = 7A_{n-4}^2$ ，则 n 的值为()

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

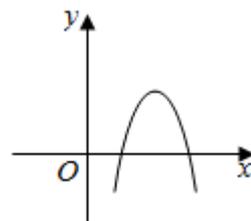
3、有 4 名同学争夺三项冠军，冠军获得者的可能种数是()

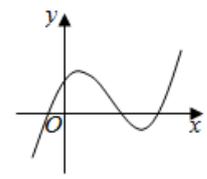
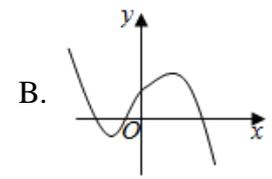
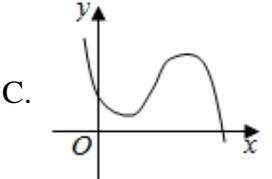
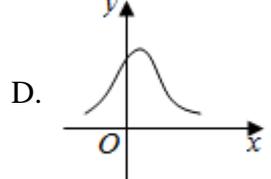
- A. 4^3 B. A_4^3 C. C_4^3 D. 4

4、已知直线 $y = x + 1$ 与曲线 $y = \ln(x + a)$ 相切，则 a 的值为()

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

5、若函数 $y = f(x)$ 的导函数 $y = f'(x)$ 的图象如右图所示，则 $y = f(x)$ 的图象可能()



- A.  B.  C.  D. 

6、若双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线被圆 $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ 所截得的弦长为 2，则 C 的离心率为()

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

7、等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1，公差不为 0. 若 a_2, a_3, a_6 成等比数列，则 $\{a_n\}$ 前 6 项的和为()

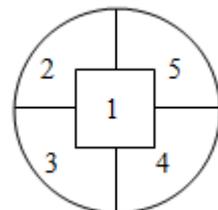
- A. -24 B. -3 C. 3 D. 8

8、已知 $A(1, 0), B(0, -1, 1)$ ，若 $\overrightarrow{OA} + \lambda \overrightarrow{OB}$ 与 \overrightarrow{OB} (O 为坐标原点) 的夹角为 120° ，则 λ 的值为()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ B. $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ C. $\pm \frac{\sqrt{6}}{6}$ D. $\pm \sqrt{6}$

9、如图，花坛内有五个花池，有五种不同颜色的花卉可供栽种，每个花池内只能种同种颜色的花卉，相邻两池的花色不同，则最多有几种栽种方案()

- A. 180 种 B. 240 种 C. 360 种 D. 420 种



10、已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ，且满足 $f(x) + xf'(x) > 0$ ($f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数)，则不等式 $(x - 1)f(x^2 - 1) < f(x + 1)$ 的解集为()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-1, 2)$ D. $(1, 2)$

- 11、用数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的五位数, 其中比 40000 大的偶数共有()
 A. 144 个 B. 120 个 C. 96 个 D. 72 个
- 12、若 P 是抛物线 $y^2 = 8x$ 上的动点, 点 Q 在以点 $C(2,0)$ 为圆心, 半径长等于 1 的圆上运动, 则 $|PQ| + |PC|$ 的最小值为 () .
 A. 1 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题 (本大题共 4 小题, 共 20.0 分)

- 13、函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 的单调递增区间是_____.
- 14、已知 $|z|=2$, 则 $|z+1+\sqrt{3}i|$ 的最大值为_____ .
- 15、已知 $a > 0, b > 0$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 则 $3a + 2b + \frac{b}{a}$ 的最小值等于_____.
- 16、已知函数 $f(x) = x^3 - 2x + e^x - \frac{1}{e^x}$, 其中 e 是自然对数的底数. 若 $f(a-1) + f(2a^2) \leq 0$, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分)

- 17、已知复数 $z = 3 + bi (b \in \mathbf{R})$, 且 $(1 + 3i) \cdot z$ 为纯虚数.
 (1)求复数 z 及 \bar{z} ; (2)若 $\omega = \frac{z}{2+i}$, 求复数 ω 的模 $|\omega|$.

18、三个女生和五个男生排成一排.

- (1)如果女生须全排在一起, 有多少种不同的排法? (2)如果女生必须全分开, 有多少种不同的排法?
 (3)如果两端都不能排女生, 有多少种不同的排法? (4)如果男生按固定顺序, 有多少种不同的排法?
 (5)如果三个女生站在前排, 五个男生站在后排, 有多少种不同的排法?

- 19、已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx (a, b \in R)$. 若函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处有极值 -4 .
(1) 求 $f(x)$ 的单调递减区间; (2) 求函数 $f(x)$ 在 $[-1, 2]$ 上的最大值和最小值.

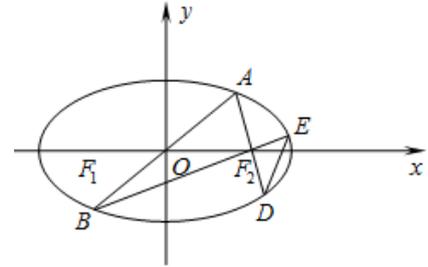
- 20、已知数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = 1 - \frac{1}{4a_n}, b_n = \frac{2}{2a_n - 1}$, 其中 $n \in N_+$.
(I) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 并求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(II) 设 $c_n = \frac{4a_n}{n+1}$, 求数列 $\{c_n c_{n+2}\}$ 的前 n 项和为 T_n .

21、椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , M 在椭圆上, $\triangle MF_1F_2$ 的周长为 $2\sqrt{5} + 4$, 面积的最大值为2.

(I)求椭圆 C 的方程;

(II)直线 $y = kx (k > 0)$ 与椭圆 C 交于 A, B , 连接 AF_2, BF_2 并延长交椭圆 C 于 D, E , 连接 DE .

探求 AB 与 DE 的斜率之比是否为定值, 并说明理由.



22、设函数 $f(x) = \ln x + \frac{m}{x}, m \in R$.

(I)当 $m = e$ (e 为自然对数的底数)时, 求 $f(x)$ 的极小值;

(II)讨论函数 $g(x) = f'(x) - \frac{x}{3}$ 零点的个数;

(III)若对任意 $b > a > 0, \frac{f(b)-f(a)}{b-a} < 1$ 恒成立, 求 m 的取值范围.