

江苏省仪征中学 2020 届高三年级第一学期午间 “3+1” (1)B 版

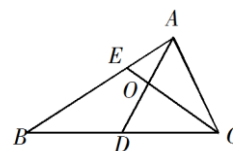
班级_____姓名_____学号_____评价_____

请将填空题答案填在横线上，并将每个题目的解答过程写在题目下方。

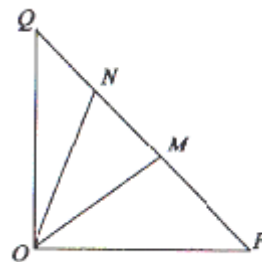
1. 函数 $f(x) = x^3 - ax^2 - bx + a^2$ 在 $x = 1$ 处有极值 10，则 $a+b$ 的值为_____。

2. 已知 $2\sin \theta = 1 + \cos \theta$ ，则 $\tan \theta$ 的值为_____。

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 的中点， E 在边 AB 上， $BE = 2EA$ ， AD 与 CE 交于点 O 。若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{EC}$ ，则 $\frac{AC}{AB}$ 的值是_____。



4. 如图，在等腰直角三角形 $\triangle OPQ$ 中， $\angle POQ = 90^\circ$ ， $OP = 2\sqrt{2}$ ，点 M 在线段 PQ 上。若点 N 在线段 MQ 上，且 $\angle MON = 30^\circ$ ，问：当 $\angle POM$ 取何值时， $\triangle OMN$ 的面积最小？并求出面积的最小值。



午间练一答案

1.7

2. $\frac{4}{3}$ 或 0

3. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. 设 $\angle POM = \alpha$, $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$,

在 $\triangle OMP$ 中 , 由正弦定理 , 得 $\frac{OM}{\sin \angle OPM} = \frac{OP}{\sin \angle OMP}$,

所以 $OM = \frac{OP \sin 45^\circ}{\sin(45^\circ + \alpha)}$, 同理 $ON = \frac{OP \sin 45^\circ}{\sin(75^\circ + \alpha)}$

故 $S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} \times OM \times ON \times \sin \angle MON = \frac{1}{4} \times \frac{OP^2 \sin^2 45^\circ}{\sin(45^\circ + \alpha) \sin(75^\circ + \alpha)}$

$$= \frac{1}{\sin(45^\circ + \alpha) \sin(45^\circ + \alpha + 30^\circ)}$$

$$= \frac{1}{\sin(45^\circ + \alpha) \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin(45^\circ + \alpha) + \frac{1}{2} \cos(45^\circ + \alpha) \right]}$$

$$= \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2(45^\circ + \alpha) + \frac{1}{2} \sin(45^\circ + \alpha) \cos(45^\circ + \alpha)}$$

$$= \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{4} [1 - \cos(90^\circ + 2\alpha)] + \frac{1}{4} \sin(90^\circ + 2\alpha)}$$

$$= \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} \sin 2\alpha + \frac{1}{4} \cos 2\alpha} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2} \sin(2\alpha + 30^\circ)}$$

因为 $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$, $30^\circ \leq 2\alpha + 30^\circ \leq 150^\circ$, 所以当 $\alpha = 30^\circ$ 时, $\sin(2\alpha + 30^\circ)$ 的最大值为 1, 此时 $\triangle OMN$ 的面积取到最小值. 即 $2\angle POM = 30^\circ$ 时, $\triangle OMN$ 的面积的最小值为 $8 - 4\sqrt{3}$.