

仪征市 2018-2019 学年度第二学期期中调研测试

高 二 数 学 (Ⅱ卷)

分值：40 分 时间：30 分钟

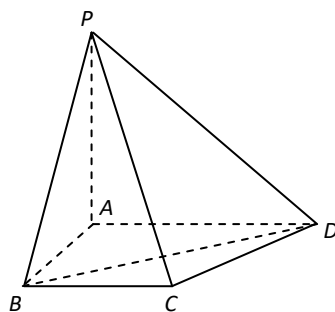
21. (本小题满分 10 分) 用数学归纳法证明 $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$

22. (本小题满分 10 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB \perp AD$, $BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $AB = 1$, $BD = PA = 2$.

(1) 求异面直线 BD 与 PC 所成角的余弦值;

(2) 求二面角 $A-PD-C$ 的余弦值.



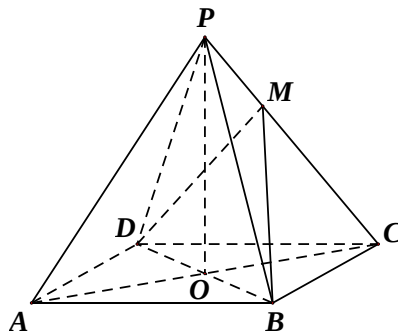
23. (本小题满分 10 分)

如图, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是菱形, 对角线 AC, BD 交于点 O , $OA=4$, $OB=3$,

$OP=4$, $OP \perp$ 底面 $ABCD$, 设点 M 满足 $\overrightarrow{PM} = \lambda \overrightarrow{MC} (\lambda > 0)$.

(1) 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, 求直线 PA 与平面 BDM 所成角的正弦值;

(2) 若二面角 $M-AB-C$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$, 求 λ 的值.



24. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = \ln(2-x) + ax$ 在区间 $(0,1)$ 上是增函数.

(1) 求实数 a 的取值范围;

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 \in (0,1)$, $a_{n+1} = \ln(2-a_n) + a_n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 证明 $0 < a_n < a_{n+1} < 1$.