

高一数学周末练习（3）

班级_____学号_____姓名_____

一、选择题

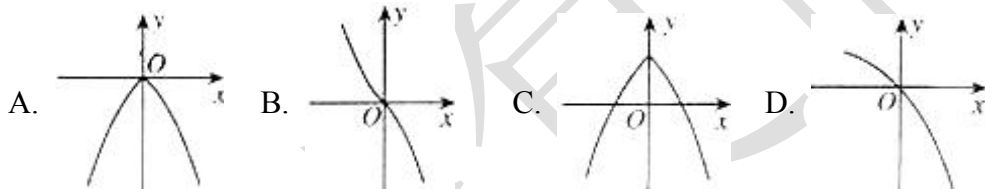
1、已知 $A = \{x|y = \ln(1-x)\}$, $B = \{x|\log_2 x < 1\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(0, 2)$ C. $(0, 1)$ D. $\emptyset$

2、函数 $f(x) = \log_a(2x-3) - 4$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 $(\quad)$

- A. $(1, 0)$ B. $(1, -4)$ C. $(2, 0)$ D. $(2, -4)$

3、函数 $f(x) = -3^{|x|} + 1$ 的图象大致是 $(\quad)$



4、设 $a = \log_{0.8} 0.9$, $b = \log_{1.1} 0.9$, $c = 1.1^{0.9}$, 则 a, b, c 的大小关系为 $(\quad)$

- A. $b < a < c$ B. $a < c < b$ C. $a < b < c$ D. $c < a < b$

5、已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 - ax + 3a)$ 在 $[2, +\infty)$ 上是增函数, 则 a 的取值范围是 $(\quad)$

- A. $(-\infty, 4]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $(-4, 4]$ D. $(-4, 2]$

6、已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x) + 2$, 则 $f(\lg 5) + f(\lg \frac{1}{5}) = (\quad)$

- A. 4 B. 0 C. 1 D. 2

二、填空题

7、已知函数 $f(x) = a + \frac{1}{4^x+1}$ 是奇函数，则常数 $a =$ _____.

8、设 $0 \leq x \leq 2$ ，则函数 $y = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3 \cdot 2^x + 5$ 的最大值是 _____，最小值是 _____.

9、已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上是减函数，若 $f(\frac{1}{2}) = 0$ ，
则不等式 $f(\log_4 x) > 0$ 的解集是 _____.

三、解答题

10、已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{3 - 2x - x^2}\}$ ， $B = \{x | x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0\}$.

(1) 若 $m = 3$ ，求 $A \cap B$ ； (2) 若 $A \subseteq B$ ，求 m 的取值范围.

11、已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数，且 $x \leq 0$ 时， $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x + 1)$.

(1) 求 $f(3) + f(-1)$ ； (2) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(3) 若 $f(a - 1) < -1$ ，求实数 a 的取值范围.

12、已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1-ax}{x-1}$ 的图象关于原点对称，其中 a 为常数.

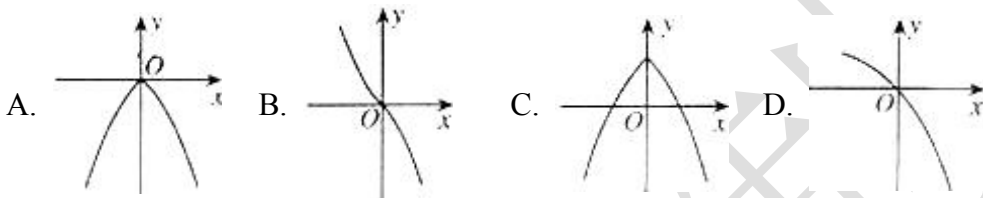
(1) 求 a 的值；

(2) 当 $x \in (1, +\infty)$ 时， $f(x) + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x+1} < m$ 恒成立，求实数 m 的取值范围；

(3) 若关于 x 的方程 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x+k}$ 在 $[2, 3]$ 上有解，求 k 的取值范围.

高一数学周末练习 (3)

- 1、已知 $A = \{x|y = \ln(1-x)\}$, $B = \{x|\log_2 x < 1\}$, 则 $A \cap B = ()$ 【答案】C
 A. $(-\infty, 1)$ B. $(0, 2)$ C. $(0, 1)$ D. $\emptyset$
- 2、函数 $f(x) = \log_a(2x-3) - 4$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 $()$ 【答案】D
 A. $(1, 0)$ B. $(1, -4)$ C. $(2, 0)$ D. $(2, -4)$
- 3、函数 $f(x) = -3^{|x|} + 1$ 的图象大致是 $()$ 【答案】A



- 4、设 $a = \log_{0.8} 0.9$, $b = \log_{1.1} 0.9$, $c = 1.1^{0.9}$, 则 a, b, c 的大小关系为 $()$ 【答案】A
 A. $b < a < c$ B. $a < c < b$ C. $a < b < c$ D. $c < a < b$
- 5、已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 - ax + 3a)$ 在 $[2, +\infty)$ 上是增函数, 则 a 的取值范围是 $()$
 A. $(-\infty, 4]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $(-4, 4]$ D. $(-4, 2]$

【答案】C

- 6、已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x) + 2$, 则 $f(\lg 5) + f(\lg \frac{1}{5}) = ()$ 【答案】A
 A. 4 B. 0 C. 1 D. 2

- 7、已知函数 $f(x) = a + \frac{1}{4^x+1}$ 是奇函数, 则常数 $a = \underline{\hspace{2cm}} - \frac{1}{2}$

- 8、设 $0 \leq x \leq 2$, 则函数 $y = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3 \cdot 2^x + 5$ 的最大值是 , 最小值是 . $\frac{5}{2}, \frac{1}{2}$

- 9、已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上是减函数, 若 $f(\frac{1}{2}) = 0$,

则不等式 $f(\log_4 x) > 0$ 的解集是 $(0, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$

- 10、已知集合 $A = \{x|y = \sqrt{3-2x-x^2}\}$, $B = \{x|x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0\}$.

- (1)若 $m = 3$, 求 $A \cap B$; (2)若 $A \subseteq B$, 求 m 的取值范围.

【答案】解: (1)由 $3 - 2x - x^2 \geq 0$, 解得 $-3 \leq x \leq 1$, $\therefore$ 集合 $A = \{x| -3 \leq x \leq 1\}$;
 当 $m = 3$ 时, $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0$ 可化为 $x^2 - 2x - 8 \leq 0$, 即 $(x-4)(x+2) \leq 0$,
 解得 $-2 \leq x \leq 4$, $\therefore$ 集合 $B = \{x| -2 \leq x \leq 4\}$, $\therefore A \cap B = \{x| -2 \leq x \leq 1\}$;

- (2)当 $m > 0$ 时, $B = \{x|x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0\} = [1-m, 1+m]$.

$\therefore A \subseteq B, \therefore \begin{cases} 1-m \leq -3 \\ 1+m \geq 1 \end{cases}, \therefore m \geq 4.$

同理当 $m = 0$ 时, 不合题意

当 $m < 0$ 时, 求得 $m \leq -4$ 综上: $m \geq 4$ 或 $m \leq -4$

11、已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 且 $x \leq 0$ 时, $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x+1)$.

(1) 求 $f(3) + f(-1)$; (2) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(3) 若 $f(a-1) < -1$, 求实数 a 的取值范围.

【答案】解: (1) $\because f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, $x \leq 0$ 时, $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x+1)$,

$$\therefore f(3) + f(-1) = f(-3) + f(-1) = \log_{\frac{1}{2}}(4) + \log_{\frac{1}{2}}(2) = -2 - 1 = -3;$$

(2) 令 $x > 0$, 则 $-x < 0$, $f(-x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = f(x)$

$$\therefore x > 0 \text{ 时, } f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+1), \text{ 则 } f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(-x+1), & x \leq 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1), & x > 0 \end{cases}$$

(3) $\because f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x+1)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上为增函数, $\therefore f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为减函数

$$\therefore f(a-1) < -1 = f(1) \therefore |a-1| > 1, \therefore a > 2 \text{ 或 } a < 0.$$

12、已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1-ax}{x-1}$ 的图象关于原点对称, 其中 a 为常数.

(1) 求 a 的值;

(2) 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x) + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x+1} < m$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围;

(3) 若关于 x 的方程 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+k)$ 在 $[2, 3]$ 上有解, 求 k 的取值范围.

【答案】解: (1) $\because$ 函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称,
 $\therefore$ 函数 $f(x)$ 为奇函数, $\therefore f(-x) = -f(x)$,

$$\text{即 } \log_{\frac{1}{2}} \frac{1+ax}{-x-1} = -\log_{\frac{1}{2}} \frac{1-ax}{x-1} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x-1}{1-ax}, \text{ 解得: } a = -1 \text{ 或 } a = 1 (\text{舍});$$

$$(2) f(x) + \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1+x}{x-1} + \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = \log_{\frac{1}{2}}(1+x),$$

$$x > 1 \text{ 时, } \log_{\frac{1}{2}}(1+x) < -1,$$

$$\therefore x \in (1, +\infty) \text{ 时, } f(x) + \log_{\frac{1}{2}}(x-1) < m \text{ 恒成立, } \therefore m \geq -1;$$

$$(3) \text{ 由 (1) 得: } f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+k), \text{ 即 } \log_{\frac{1}{2}} \frac{x+1}{x-1} = \log_{\frac{1}{2}}(x+k),$$

$$\text{即 } \frac{x+1}{x-1} = x+k, \text{ 即 } k = \frac{2}{x-1} - x + 1 \text{ 在 } [2, 3] \text{ 上有解, } g(x) = \frac{2}{x-1} - x + 1 \text{ 在 } [2, 3] \text{ 上递减,}$$

$$g(x) \text{ 的值域是 } [-1, 1], \therefore k \in [-1, 1].$$