高一数学小练（九）

一、选择题（本大题共 6 小题，共 30.0 分）

1. 函数$y=\sqrt{x}\ln(1-x)$的定义域为（　）

A. $(0,1)$　　B. $[0,1)$　　C. $(0,1]$　　D. $[0,1]$

2. 已知$f(x)=\begin{cases}-lgx,x>0\\a^x+b,x\le 0\end{cases}$且$f(0)=2,f(-1)=4$，则$f\big(f(-2)\big)=$（　　）

A. -1　　B. 2　　C. 3　　D. -3

3. 三个数 $3^{0.4}$，0.4^3，$\log_{0.4}3$ 的大小关系为（　　）

A. $0.4^3<\log_{0.4}3<3^{0.4}$　　B. $0.4^3<3^{0.4}<\log_{0.4}3$

C. $\log_{0.4}3<3^{0.4}<0.4^3$　　D. $\log_{0.4}3<0.4^3<3^{0.4}$

4. 已知$f(x)=\begin{cases}(3a-1)x+4a,x<1\\log_ax,x>1\end{cases}$是（-∞，+∞）上的减函数，那么 a 的取值范围是（　　）

A. $[\frac{1}{7},\frac{1}{3})$　　B. $[\frac{1}{7},1)$　　C. $(0,1)$　　D. $(0,\frac{1}{3})$

5. 已知实数 a 满足 $3^a=5$，则函数 f（x）$=a^x+2x-\log_5 3$ 的零点在下列哪个区间内（　　）

A. $(-2,-1)$　　B. $(-1,0)$　　C. $(0,1)$　　D. $(1,2)$

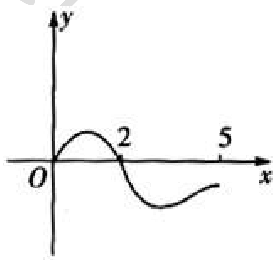
6. 已知函数$f(x)=\begin{cases}2^x-3,x\le 2\\2+\log_a x,x>2\end{cases}$$(a>0$ 且$a\ne 1$）的最大值为 1，则a的取值范围（　　）

A. $(0,\frac{1}{2}]$　　B. $(0,1)$　　C. $\left[\frac{1}{2},1\right)$　　D. $(1,+\infty)$

二、填空题（本大题共 3 小题，共 15.0 分）

7. 已知偶函数$f(x)$在区间[0，+∞)上单调递增，则满足$f(2x-1)<f\left(\frac{1}{3}\right)$的 x 的取值范围是________.

8. 设奇函数$f(x)$的定义域为[-5，5]，若当$x\in[0,5]$时，$f(x0$ 的图象如图所示，则不等式$f(x)<0$ 的解集是　________　.



9. 若直线$y=2a$与函数$y=|a^x-1|(a>0,a\ne 1$）的图象有两个公共点，则 a 的取值范围为_________.

三、解答题（本大题共 2 小题，共 24.0 分）

10. 已知函数$h(x)=(m^2-5m+1)x^{m+1}$为幂函数，且为奇函数.

(1)求 m 的值；

(2)求函数$g(x)=h(x)+\sqrt{1-2h(x)}$在$x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$的值域.

11. 已知函数$f(x)=\begin{cases} x-\frac{2}{x}, x>\frac{1}{2}, \\ x^2+2x+a-1, x\leq\frac{1}{2}. \end{cases}$

（1）当$a=1$，求函数$f(x)$的零点；

（2）若函数$f(x)$在$[-1,+\infty)$上为增函数，求 a 的取值范围.

答案和解析

1.【答案】B
【解析】

【分析】

本题主要考查了函数的定义域，对数函数及其性质，属于基础题.

二次根式的被开方数大于或等于零，对数的真数大于零.

【解答】

解：要使函数有意义，则$\begin{cases} x\geqslant 0 \\ 1-x>0 \end{cases}$，

解得$0\leqslant x<1$.

故函数的定义域为[0,1).

故选 B.

2.【答案】A
【解析】

【分析】

本题主要考查了分段函数求函数值，利用给出的函数解析式直接计算.

【解答】

解：由题意得：$\begin{cases} a^{0}+b=2 \\ a^{-1}+b=4 \end{cases}$。解得：$\begin{cases} a=\dfrac{1}{3} \\ b=1 \end{cases}$.

则$f(-2)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}+1=10$.

$f(f(-2))=f(10)=-lg10=-1$.

故选 A.

3.【答案】D
【解析】

【分析】

利用指数函数与对数函数的单调性即可得出．本题考查了指数函数与对数函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

【解答】
解：

$\because 3^{0.4}>1$，$0.4^3\in(0,1)$，$\log_{0.4}3<0$.

$\therefore \log_{0.4}3<0.4^3<3^{0.4}$，

故选：D.

4.【答案】*A*
【解析】

【分析】
本题考查函数单调性的性质、对数函数及其性质和分段函数，属中档题，由 f(x)为$(-\infty,+\infty)$上的减函数，知$(3a-1)x+4a$递减，$\log_a x$递减，且$(3a-1)\times1+4a\geq\log_a 1$，从而得$\begin{cases}3a-1<0\\0<a<1\\(3a-1)\times1+4a\geq\log_a 1\end{cases}$，解出即可.

【解答】
解：因为 f(x)为$(-\infty,+\infty)$上的减函数，

所以有$\begin{cases}3a-1<0\\0<a<1\\(3a-1)\times1+4a\geq\log_a 1\end{cases}$，

解得$\frac{1}{7}\leq a<\frac{1}{3}$，

故选 A.

5.【答案】*B*
【解析】

解：根据题意，实数 a 满足 $3^a=5$，则 $a=\log_3 5>1$，则函数 $f(x)=a^x+2x-\log_5 3$ 为增函数，

且 $f(-2)=(\log_3 5)^{-2}+2\times(-2)-\log_5 3<0$，

$f(-1)=(\log_3 5)^{-1}+2\times(-1)-\log_5 3=-2<0$，

$f(0)=(\log_3 5)^0-\log_5 3=1-\log_5 3>0$，

则函数 f(x)的零点在区间(-1，0)上，

故选:B.

根据题意，有 $3^a=5$ 可得 a 的值，分析可得 $f(x)=a^x+2x-\log_5 3$ 为增函数，依次分析 f(-2)、f(-1)、f(0)的值，由函数的零点判定定理分析可得答案.

本题考查函数的零点判定定理，注意求出 a 的值，分析函数的单调性.

6.【答案】*C*
【解析】

【分析】

本题考查分段函数的最值问题以及指数函数和对数函数的单调性，对 x 进行分类讨论，由最大值为 1 得到 a 的取值范围，属中档题.

【解答】

解:∵当 x≤2 时，$f(x)=2^x-3$，

$\therefore f(x)_{max}=f(2)=2^2-3=1$

∵函数 f(x)的最大值为 1

∴当 x＞2 时，$2+\log_a x\le 1$.

$\therefore\begin{cases}0<a<1\\ \log_a 2\le -1\end{cases}$，

解得 $\frac{1}{2}\le a<1$

故选 C.

7.【答案】$\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
【解析】

【分析】

本题考查函数的单调性与单调区间，函数的奇偶性.由偶函数性质得 f(2x-1)=f(|2x-1|)，根据 f(x)在[0，+∞)上的单调性把该不等式转化为具体不等式，解出即可.

【解答】

解：∵f(x)为偶函数，

∴f(2x-1)=f(|2x-1|)，

∴$f(2x-1)<f(\frac{1}{3})$⇔f(|2x-1|)＜f($\frac{1}{3}$)，

又∵f(x)在[0，+∞)上单调递增，

∴|2x-1|＜$\frac{1}{3}$，

解得$\frac{1}{3}$＜x＜$\frac{2}{3}$，

∴x 的取值范围为$\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$，

故答案为$\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$．

8.【答案】(−2,0)∪(2,5]

【解析】

【分析】

本题考查函数的奇偶性，函数图象，属于基础题.因为奇函数的图象关于原点对称，所以可根据对称性确定不等式 f(x)＜0 的解集.

【解答】

解：由图的在 x∈[0,5]时 f(x)<0 的解集为(2,5]，

由奇函数图象的特征可得 f(x)在[-5，0]上的解集为(-2,0)．

∴f(x)<0 的解集为(−2,0)∪(2,5].

故答案为(−2,0)∪(2,5]．

9.【答案】$(0,\frac{1}{2})$

【解析】

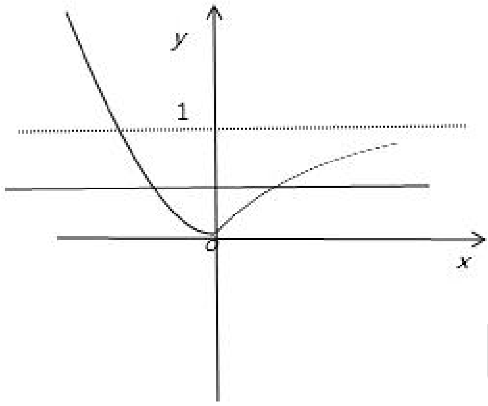
【分析】

本题主要考查指数函数的图象和性质，主要涉及了函数的图象变换及函数的单调性，同时，还考查了数形结合的思想方法.

先分 $0<a<1$ 和 $a>1$ 时两种情况，作出函数 $y=|a^x-1|$图象，再由直线 $y=2a$ 与函数 $y=|a^x-1|$（$a>0$ 且 $a\neq1$）的图象有两个公共点，作出直线，移动直线，用数形结合求解.

【解答】

解：①当 $0<a<1$ 时，作出函数 $y=|a^x-1|$图象：

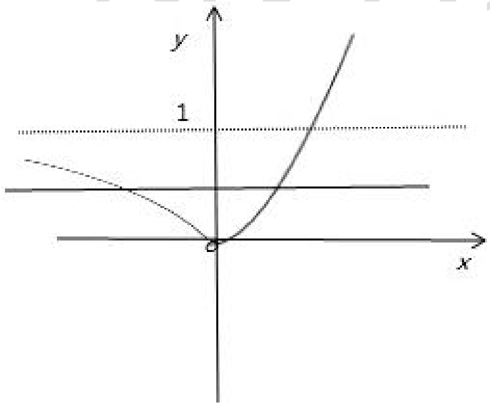


若直线 $y=2a$ 与函数 $y=|a^x-1|$($a>0$ 且 $a\neq1$)的图象有两个公共点，

由图象可知 $0<2a<1$，

$\therefore 0<a<\frac{1}{2}$.

②：当 $a>1$ 时，作出函数 $y=|a^x-1|$图象：



若直线 $y=2a$ 与函数 $y=|a^x-1|$($a>0$ 且 $a\neq1$)的图象有两个公共点，

由图象可知 $0<2a<1$，

此时无解.

综上：a 的取值范围是 $0<a<\frac{1}{2}$.

故答案为$(0,\frac{1}{2})$.

10.【答案】解：（1）∵函数$h(x)=(m^2-5m+1)x^{m+1}$为幂函数，

$\therefore m^2-5m+1=1$，解得$m=0$ 或 5，

又∵函数 $f(x)$为奇函数，

$\therefore m=0$.

（2）由（1）可知，$g(x)=x+\sqrt{1-2x}$，$x\in[0,\frac{1}{2}]$.

令$\sqrt{1-2x}=t$，则$t\in[0,1]$，

$\therefore y=-\frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}$，$t\in[0,1]$，开口向下，对称轴为 $t=1$，

∴当 $t=0$ 时，函数最小值为$\frac{1}{2}$，

当 $t=1$ 时，函数最大值为 1，

∴函数 $g(x)$的值域为$[\frac{1}{2},1]$.

【解析】

本题考查了幂函数和二次函数的性质，也考查了换元法的数学思想，是中档题.

(1)根据幂函数的定义得$m^2-5m+1=1$，解得$m=0$或5，再根据函数的奇偶性，得出结果；

(2)令$\sqrt{1-2x}=t$，则$t\in[0,1]$，$y=-\frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}$，$t\in[0,1]$，开口向下，对称轴为t=1，根据二次函数的性质，即可得出函数的值域.

11.【答案】解：（1）当$a=2$时，由$\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\x-\frac{2}{x}=0\end{cases}$，得$x=\sqrt{2}$，

由$\begin{cases}x\le\frac{1}{2}\\x^2+2x=0\end{cases}$，得$x=-2$ 或 0，

$\therefore a=1$ 时函数$f(x)$的零点是$\sqrt{2}$或-2 或 0.

（2）显然，函数$g(x)=x-\frac{2}{x}$在$(\frac{1}{2},+\infty)$上递增，且$g(\frac{1}{2})=-\frac{7}{2}$，

函数$h(x)=x^2+2x+a-1$ 在$[-1,\frac{1}{2}]$上也递增，且$h(\frac{1}{2})=a+\frac{1}{4}$，

故若函数$f(x)$在$[-1,+\infty)$上为增函数，

则$a+\frac{1}{4}\leqslant-\frac{7}{2}$，

$\therefore a\leqslant-\frac{15}{4}$，

故 a 的取值范围为$(-\infty,-\frac{15}{4}]$.

【解析】

本题综合考查分段函数的单调性及零点问题，属基础题.

(1)本小题考查函数的零点问题，根据 $a=1$，得出函数解析式，分情况讨论即可.

(2)本小题考查分段函数的单调性问题，对于分段函数在 $[-1,+\infty)$ 上为增函数，满足 $a+\frac{1}{4}\leq-\frac{7}{2}$，即可求出结果.