

仪征中学 2020 届高三（上）数学中档题训练 2

2019.9.12

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

一、填空题：

1. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, m)$, $\mathbf{b} = (1, -2)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则实数 m 的值是_____.

2. 函数 $f(x) = \lg(2-x) + \sqrt{2+x}$ 的定义域是_____.

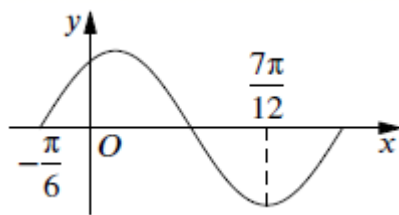
3. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则 $x^3 > 8$ 是 $|x| > 2$ 的_____条件 (填 “充分不必要”, “必要不充分”, “充要”, “既不充分也不必要”).

4. 已知 $f'(x)$ 是函数 $f(x) = \sin x - \cos x$ 的导函数, 实数 α 满足 $f'(\alpha) = 3f(\alpha)$, 则 $\tan 2\alpha$ 的值为_____.

5. 已知函数 $f(x) = (x-1)(px+q)$ 为偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 则不等式 $f(x-3) < 0$ 的解集为_____.

6. 函数 $y = \log_a(x+3) - 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 A, 若点 A 在直线 $mx + ny + 1 = 0$ 上, 其中 $mn > 0$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的最小值为_____.

7. 设函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (A, ω, φ 为常数, 且 $A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的部分图象如图所示, 则 φ 的值是_____.



8. 在等腰梯形 ABCD 中, $AB \parallel CD$, $AB = 2$, $AD = 1$, $\angle DAB = 60^\circ$, 若 $\vec{BC} = 3\vec{CE}$, $\vec{AF} = \lambda \vec{AB}$, 且 $\vec{AE} \cdot \vec{DF} = -1$, 则实数 λ 的值为_____.

9. 已知不等边 $\triangle ABC$ (三条边都不相等的三角形) 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c, 若 $a(b \cos B - c \cos C) = \frac{1}{2}(b^2 - c^2)$, 则 $\angle A$ 的弧度数为_____.

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{2}{e}, & x < 1, \\ \frac{\ln x}{x}, & x \geq 1, \end{cases}$ 若 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) (x_1 < x_2 < x_3)$, 则 $x_1 f(x_3)$ 的取值范围是_____.

二、解答题

11. 已知直线 l 过点 $A(1, 4)$, 且与 x 轴和 y 轴正半轴分别交于 M, N 两点

(1) 原点到直线 l 的距离最大时求直线 l 的方程

(2) 当 $\triangle OMN$ 最小时, 求 l 的方程

12. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin A + \sqrt{3} \cos(B + C) = \sqrt{3}$,

$$\sin B + \sin C = \frac{8}{7} \sin A, \quad a = 7.$$

(1) 求角 A 的值;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

1. 1 2. $[-2, 2)$ 3. 充分不必要 4. $\frac{4}{3}$ 5. $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$ 6. $3 + 2\sqrt{2}$

7. $\frac{\pi}{3}$ 8. $\frac{1}{4}$ 9. $\frac{2\pi}{3}$ 10. $(-\frac{1}{e^2}, 0)$

11. (1) $x+4y-17=0$ (2) $4x+y-8=0$

12. (1) 由题意可得 $\sin A + \sqrt{3}\cos(B+C) = \sin A - \sqrt{3}\cos A = 2\sin\left(A - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ 可求得

$A = \frac{2\pi}{3}$; (2) 由 $\sin B + \sin C = \frac{8}{7}\sin A$ 得到 $b+c = \frac{8}{7}a$, 然后根据余弦定理得到 $bc = 15$, 于是可得所求的面积.

【详解】(1) $\because \sin A + \sqrt{3}\cos(B+C) = \sqrt{3}$,

$\therefore \sin A - \sqrt{3}\cos A = \sqrt{3}$,

$\therefore 2\sin\left(A - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$,

又 $-\frac{\pi}{3} < A - \frac{\pi}{3} < \frac{2\pi}{3}$,

$\therefore A - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$,

$\therefore A = \frac{2\pi}{3}$.

(2) 由 $\sin B + \sin C = \frac{8}{7}\sin A$ 及正弦定理得 $b+c = \frac{8}{7}a$,

$\because a = 7$,

$\therefore b+c = 8$,

由余弦定理得 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A = (b+c)^2 - 2bc - 2bc\cos A$,

所以 $49 = 64 - 2bc + bc = 64 - bc$,

$\therefore bc = 15$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2} \times 15 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$.