南京市、盐城市2021届高三年级第一次模拟考试

数学试题

(总分150分，考试时间120分钟)

注意事项：

1．本试卷考试时间为120分钟，试卷满分150分，考试形式闭卷．

2．本试卷中所有试题必须作答在答题卡上规定的位置，否则不给分．

3．答题前，务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水签字笔填写在试卷及答题卡上．

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、单项选择题(本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

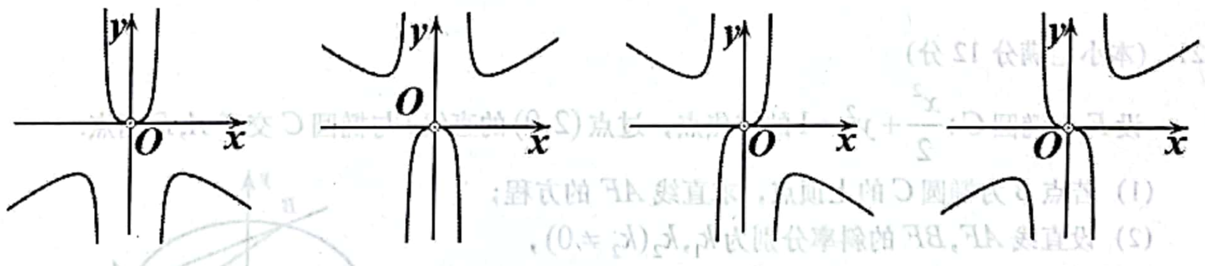
1．若$\dfrac{1+ai}{2-i}$为实数，则实数a的值为

A．2　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．-2

2.已知函数$y=\lg(-x^2-x+2)$的定义域为集合M，函数$y=\sin x$的值域为N，则$M\cap N=$

A．$\varnothing$　　B．$(-2,1]$　　C．$[-1,1)$　　D．$[-1,1]$

3．函数$f\left(x\right)=\dfrac{2x^{\frac{5}{3}}}{\ln|x|}$的图象大致为



A.　　B.　　C.　　D.

4．一次竞赛考试，老师让学生甲、乙、丙、丁预测他们的名次.学生甲说：丁第一；学生乙说：我不是第一；学生丙说：甲第一；学生丁说：甲第二.若有且仅有一名学生预测错误，则该学生是

A．甲　　B．乙　　C．丙　　D．丁

5．化简$\sin^2(\dfrac{\pi}{6}-\alpha)-\sin^2(\dfrac{\pi}{3}+\alpha)$可得

A．$\cos(2\alpha+\dfrac{\pi}{3})$　　B．$-\sin(2\alpha+\dfrac{\pi}{6})$

C．$\cos(2\alpha-\dfrac{\pi}{3})$　　D．$\sin(2\alpha-\dfrac{\pi}{6})$

6．某词汇研究机构为对某城市人们使用流行语的情况进行调查，随机抽取了200人进行调查统计得下方的2×2列联表.则根据列联表可知

	年轻人	非年轻人	总计
经常用流行用语	125	25	150
不常用流行用语	35	15	50
总计	160	40	200

A．有95%的把握认为"经常用流行用语"与"年轻人"有关系

B．没有95%的把握认为"经常用流行用语"与"年轻人"有关系

C．有97.5%的把握认为"经常用流行用语"与"年轻人"有关系

D．有97.5%的把握认为"经常用流行用语"与"年轻人"没有关系

参考公式：独立性检验统计量$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

下面的临界值表供参考：

$P(\chi^2\geq x_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
x_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

7．设F_1,F_2分别为双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点，圆$F_1$与双曲线的渐近线相切，过$F_2$与圆$F_1$相切的直线与双曲线的一条渐近线垂直，则双曲线的两条渐近线所成的锐角α的正切值为

A．$\dfrac{8}{15}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\dfrac{4}{3}$　　D．1

8．已知点A,B,C,D在球O的表面上，$AB\perp$平面BCD，$BC\perp CD$，若$AB=2$，$BC=4$，AC与平面ABD所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$，则球O表面上的动点P到平面ACD距离的最大值为

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

二、多项选择题(本大题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求的．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分)

9．下列关于向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$的运算，一定成立的有

A．$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$；　　B．$(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{c})$；

C．$\vec{a}\cdot\vec{b}\leq|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$；　　D．$|\vec{a}-\vec{b}|\leq|\vec{a}|+|\vec{b}|$．

10．下列选项中，关于x的不等式$ax^2+(a-1)x-2>0$有实数解的充分不必要条件有

A．$a=0$　　B．$a\geq-3+2\sqrt{2}$

C．$a>0$　　D．$a\leq-3-2\sqrt{2}$

11．已知函数 $f(x)=\log_2(1+4^x)-x$，则下列说法正确的是

A．函数 $f(x)$ 是偶函数；　　B．函数 $f(x)$ 是奇函数；

C．函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上为增函数；　　D．函数 $f(x)$ 的值域为 $[1,+\infty)$．

12．回文数是一类特殊的正整数，这类数从左到右的数字排列与从右到左的数字排列完全相同，如 1221、15351 等都是回文数.若正整数 i 与 n 满足 $2\le i\le n$ 且 $n\ge 4$，在 $[10^{i-1},10^i-1]$ 上任取一个正整数取得回文数的概率记为 P_i，在 $[10,10^n-1]$ 上任取一个正整数取得回文数的概率记为 Q_n，则

A．$P_i<P_{i+1}(2\le i\le n-1)$；　　B．$Q_n<\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=2}^{n}P_i$；

C．$Q_n>\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=2}^{n}P_i$；　　D．$\sum\limits_{i=2}^{n}P_i<1$．

第II卷（非选择题　共 90 分）

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13．若函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$ 为偶函数，则 φ 的一个值为________.(写出一个即可)

14．$(1+\sqrt[3]{2x})^{100}$ 的展开式中有理项的个数为________.

15．在平面直角坐标系 xOy 中，设抛物线 $y^2=2p_1x$ 与 $x^2=2p_2y$ 在第一象限的交点为 A，若 OA 的斜率为 2，则 $\dfrac{p_2}{p_1}=$________.

16．罗默、伯努利家族、莱布尼兹等大数学家都先后研究过星形线 C: $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=1$ 的性质，其形美观，常用于超轻材料的设计.曲线 C 围成的图形的面积 S____2（选填“>”、“<”、“=”），曲线 C 上的动点到原点的距离的取值范围是________.(第一空 2 分，第二空 3 分)

四、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分 10 分)

设正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$2S_n=a_n^2+a_n$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求证：$\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{a_i^2+a_{i+1}^2-1}<\dfrac{1}{2}$.

18.(本小题满分 12 分)

在 ΔABC 中角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$A=B+3C$.

(1) 求 $\sin C$ 的取值范围；

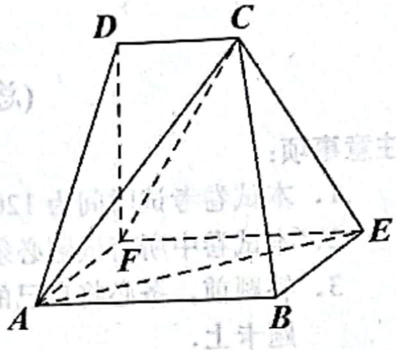
(2) 若 $c=6b$，求 $\sin C$ 的值.

19．(本小题满分 12 分)

如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABEF$ 为正方形，平面 $ABEF\perp$ 平面 $CDFE$，$CD//EF$，$DF\perp EF$，$EF=2CD=2$．

(1) 若 $DF=2$，求二面角 $A-CE-F$ 的正弦值；

(2) 若平面 $ACF\perp$ 平面 BCE，求 DF 的长．



(第 19 题图)

20．(本小题满分 12 分)

某市为创建全国文明城市，市文明办举办了一次文明知识网络竞赛，全市市民均有且只有一次参赛机会，满分为 100 分，得分大于等于 80 分的为优秀.竞赛结束后，随机抽取了参赛中 100 人的得分为样本，统计得到样本平均数为 71，方差为 81.假设该市有 10 万人参加了该竞赛活动，得分 Z 服从正态分布 $N(71，81)$.

(1) 估计该市这次竞赛活动得分优秀者的人数是多少万人?

(2) 该市文明办为调动市民参加竞赛的积极性，制定了如下奖励方案：所有参加竞赛活动者，均可参加“抽奖赢电话费”活动，竞赛得分优秀者可抽奖两次，其余参加者抽奖一次.抽奖者点击抽奖按钮，即随机产生一个两位数（10，11，…，99），若产生的两位数的数字相同，则可奖励 40 元电话费，否则奖励 10 元电话费.假设参加竞赛活动的所有人均参加了抽奖活动，估计这次活动奖励的电话费总额为多少万元?

参考数据：若 $Z\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma<Z<\mu+\sigma)\approx 0.68$．

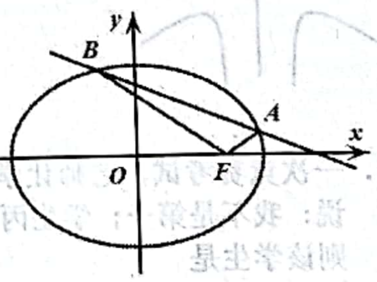
21．(本小题满分 12 分)

设 F 为椭圆 $C:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的右焦点，过点 $(2,0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A,B 两点.

(1) 若点 B 为椭圆 C 的上顶点，求直线 AF 的方程；

(2) 设直线 AF,BF 的斜率分别为 $k_1,k_2(k_2\neq 0)$，

求证：$\dfrac{k_1}{k_2}$ 为定值.



(第 21 题图)

22．(本小题满分 12 分)

设函数 $f(x)=a^x+e^{-x}$ （$a>1$）．

(1) 求证：$f(x)$ 有极值；

(2) 若 $x=x_0$ 时 $f(x)$ 取极值，且对任意正整数 a 都有 $x_0\in(m,n)$，其中 $m,n\in Z$，求 $n-m$ 的最小值.