江苏省仪征中学2021—2022学年度第一学期午间练18

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题（本大题共2小题，共10.0分）

1. 已知函数$y=x^2-6x+5-m$的两个零点都大于2，则实数m的取值范围是(　)

A. $[-4,-3)$　　B. $(-4,-3]$

C. $(-4,-3)$　　D. $(-\infty,-4)\cup(-3,+\infty)$

2. 幂函数$f(x)=k\cdot x^{\alpha}$的图象过点$(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$，则$k+\alpha=$(　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

二、多选题（本大题共1小题，共5.0分）

3. 已知$a>0$，$b>0$，且$a+b=1$，则(　　)

A. $a^2+b^2\geq\frac{1}{2}$　　B. $2^{a-b}>\frac{1}{2}$

C. $\log_2a+\log_2b\geq-2$　　D. $\sqrt{a}+\sqrt{b}\leqslant\sqrt{2}$

三、单空题（本大题共2小题，共10.0分）

4. 命题“$\exists x>1$，$x^2-3x<0$”的否定是_____.

5. 已知集合$A=\{1,a,3\},B=\{a+1,a+2,a^2-1\}$,若$3\in(A\cap B)$，则实数$a=$_____.

四、解答题（本大题共1小题，共12.0分）

6. 已知幂函数$f(x)=(m^2-m-1)x^{3m-3}$是奇函数.

（1）求$f(x)$的解析式；

(2) (2)若$f(3^t)+f(2^t-3^{t+1})<0$，求实数t的取值范围.

答案和解析

1. 【答案】C

解：由题意得二次函数$y=x^2-6x+5-m$的图象与x轴的两个交点都在$x=2$的右侧，得：方程$x^2-6x+5-m=0$的判别式$\Delta>0$，当$x=2$时函数值$y>0$，函数对称轴$x=3>2$．即$\begin{cases}6^2-4(5-m)>0,\\4-12+5-m>0,\end{cases}$解得$-4<m<-3$，则实数$m$的取值范围是$(-4,-3)$．

2. 【答案】C　解：$\because$函数$f(x)=k\cdot x^{\alpha}$是幂函数，$\therefore k=1$，$\because$幂函数$f(x)=x^{\alpha}$的图象过点$(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$，$\therefore(\frac{1}{2})^{\alpha}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，得$\alpha=\frac{1}{2}$，则$k+\alpha=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$．故选：$C$．

3. 【答案】ABD　解：①已知$a>0$，$b>0$，且$a+b=1$，所以$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab\leq 2a^2+2b^2$，则$a^2+b^2\geqslant\frac{1}{2}$，当且仅当$a=b=\frac{1}{2}$时，等号成立，故$A$正确．②由于$a>0$，$b>0$，且$a+b=1$，则$a>0>b-1$，即$a-b>-1$，则$2^{a-b}>\frac{1}{2}$，故$B$正确．③$\log_2a+\log_2b=\log_2ab\leqslant\log_2(\frac{a+b}{2})^2=-2$，当且仅当$a=b=\frac{1}{2}$时，等号成立，故$C$错误．④由于$a>0$，$b>0$，且$a+b=1$，$\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2=a+b+2\sqrt{ab}\leqslant 2(a+b)=2$，故$\sqrt{a}+\sqrt{b}\leqslant\sqrt{2}$，当且仅当$a=b=\frac{1}{2}$时，等号成立，故$D$正确

4.【答案】$\forall x>1$，$x^2-3x\geq 0$　原命题为存在量词命题，则它的否定为$\forall x>1$，$x^2-3x\geq 0$，故答案为：$\forall x>1$，$x^2-3x\geq 0$．

5.【答案】-2　解：集合$A=\{1,a,3\}$，$B=\{a+1,a+2,a^2-1\}$，若$3\in(A\cap B)$，则$a+1=3$或$a+2=3$或$a^2-1=3$，解得$a=2$或$a=1$或$a=-2$，当$a=2$时，$B=\{3,4,3\}$，违反了集合B中元素的互异性；当$a=1$时，$A=\{1,1,3\}$，违反了集合A中元素的互异性；当$a=-2$时，$A=\{1,-2,3\}$，$B=\{-1,0,3\}$，符合题意；故答案为-2．

6.【答案】解：(1)因为$f(x)=(m^2-m-1)x^{3m-3}$是幂函数，所以$m^2-m-1=1$，即$m=-1$或$m=2$．当$m=-1$时，$f(x)=x^{-6}$，函数$f(x)$为偶函数，不合题意；当$m=2$时，$f(x)=x^3$，函数$f(x)$为奇函数，符合题意．由上知$f(x)=x^3$．

(2)因为$f(x)$为R上的增函数，且是奇函数，所以$f(3^t)+f(2^t-3^{t+1})<0$可化为$f(3^t)<-f(2^t-3^{t+1})$由函数奇偶性可得$f(3^t)<f(3^{t+1}-2^t)$，再由函数单调性可得$3^t<3^{t+1}-2^t$，即$\left(\frac{3}{2}\right)^t>\frac{1}{2}$，可得$t>\log_{\frac{3}{2}}\frac{1}{2}$．所以实数$t$的取值范围为$\left\{t\middle|t>\log_{\frac{3}{2}}\frac{1}{2}\right\}$．