江苏省仪征中学 2019 届高三下学期数学周末限时训练 7

2019.04.27

注　意　事　项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1．本试卷共 4 页，均为非选择题（第 1 题～第 20 题，共 20 题）. 本卷满分为 160 分，考试时间为 120 分钟. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回.

2．答题前，请您务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.

3．作答试题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效.

4．如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗.

一、填空题:本大题共 14 小题，每小题 5 分，共计 70 分，把答案填写在答题卡上相应位置上.

1.已知集合 $A=\{0,1,-1\}$，$B=\{x\,|\,x^2-1\geq 0\}$，则 $A\cap B$=____▲____.

2. 已知复数 z 满足 $z\cdot i=3-2i$，其中 i 是虚数单位，则 z 的共轭复数是____▲____.

3. 已知角 510° 的终边经过点 $P(-\sqrt{3},a)$，则实数 a 的值是____▲____.

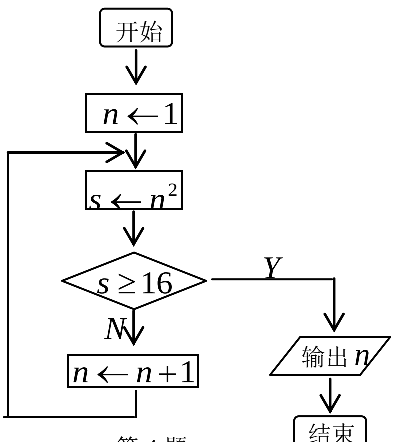
4. 如下图所示的流程图，输出 n 的值是____▲____.

5. 已知函数 $f(x)=x(a+3\sin x)$ 为偶函数，则实数 a 的值是____▲____.

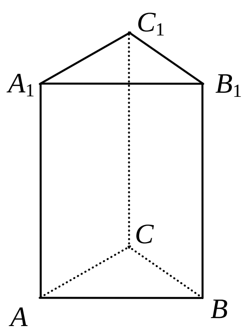
6. 现有 5 根铁丝，长度（单位：cm）分别为 2.1，2.2，2.4，2.5，2.7，若从中一次随机抽取两根铁丝，则它们长度恰好相差 0.3cm 的概率是____▲____.

7.已知单位向量 $\vec{a},\vec{b}$ 的夹角为 120°，则 $|\vec{a}-2\vec{b}|$ 的值是____▲____.

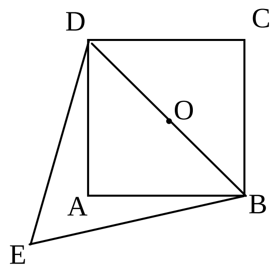
8. 如图，已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=\sqrt{3}$，$AA_1=4$，若点 P 从点 A 出发，沿着正三棱柱的表面，经过棱 A_1B_1 运动到点 C_1，则点 P 运动的最短路程为____▲____.



第 4 题



第 8 题



第 11 题

9. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，满足$2a_4-a_2=6$，则S_{11}的值=____▲____.

10.已知函数$f(x)=\dfrac{a}{x-1}(a>0)$，$g(x)=(x-1)^3$，若$f(x)$与$g(x)$的图像交于A、B两个不同的点，点P在圆C：$x^2+(y-1)^2=1$上运动，则$\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|$的取值范围是____▲____.

11.如图，由一个正方形$ABCD$与正三角形BDE（点E在BD下方）组成一个“风筝骨架”，O为正方形$ABCD$的中心，点P是“风筝骨架”上一点，设$\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}\ (m,n\in R)$，则$m+n$的最大值是____▲____.

12.已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，存在过左焦点$F$的直线与椭圆$C$交于$A$、$B$两点，满足$\dfrac{AF}{BF}=2$，则椭圆$C$离心率的最小值是____▲____.

13.已知函数$f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}(-x+1),-1\le x\le t\\ -2|x-1|+1,t<x\le a\end{cases}$，若存在实数$t$，使$f(x)$的值域为$[-1,1]$，则实数$a$的取值范围是____▲____.

14.对任意$x\in R$，不等式$a\left(4^x+4^{-x}\right)+2b\left(2^x+2^{-x}\right)\le 3$恒成立，则$a+b$的最大值是__▲__.

二、解答题:本大题共6小题，共计90分解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

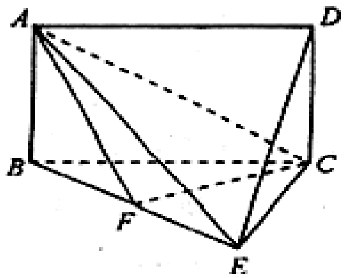
15.（本小题满分14分）ΔABC中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，已知$\cos A=\dfrac{2}{3}$，$\sin B=\sqrt{5}\cos C$.

（1）求$\tan C$的值；　　（2）若$a=\sqrt{2}$，求ΔABC的面积.

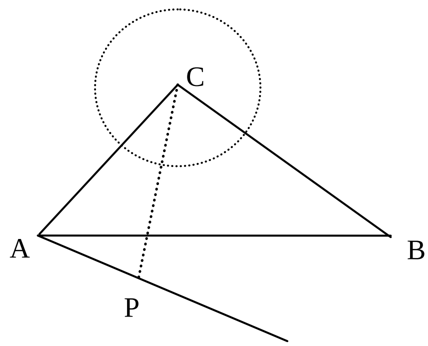
16.（本小题满分14分）如图，四边形$ABCD$是矩形，平面$ABCD\perp$平面BCE，$BE\perp EC$.

（1）求证：平面$AEC\perp$平面ABE；

（2）点F在BE上，若$DE//$平面ACF，求$\dfrac{BE}{BF}$的值.



17.（本小题满分 14 分）某工厂C发生爆炸出现毒气泄漏，已知毒气以圆形向外扩散，且半径以每分钟$1km$的速度增大. 一所学校A，位于工厂C南偏西45°，且与工厂相距$5km$. 消防站B位于学校A的正东方向，且位于工厂C南偏东60°，立即以每分钟$\sqrt{2}km$的速度沿直线BC赶往工厂C救援，同时学校组织学生P从A处沿着南偏东75°的道路，以每分钟$a\ km$的速度进行安全疏散（与爆炸的时间差忽略不计）. 要想在消防员赶往工厂的时间内（包括消防员到达工厂的时刻），保证学生的安全，学生撤离的速度应满足什么要求？

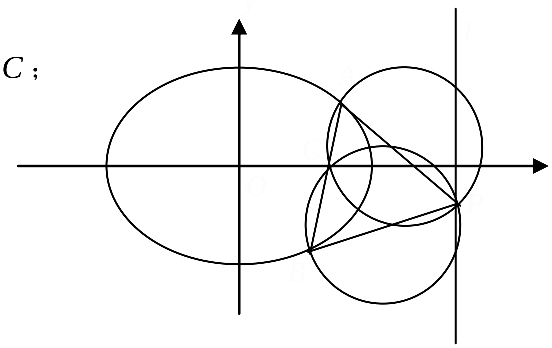


18.（本小题满分 16 分）如图所示，已知椭圆：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$，右准线方程是直线$l:x=4$，点$P$为直线$l$上的一个动点，过点$P$作椭圆的两条切线$PA$、$PB$，切点分别为$A$、$B$（点$A$在$x$轴上方，点$B$在$x$轴下方）.

（1）求椭圆的标准方程；

（2）①求证：分别以PA、PB为直径的两圆都恒过定点C；

②若$\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$，求直线$PC$的方程.



19.（本小题满分 16 分）设函数 $f(x)=2x^2+a\ln x$，（$a\in R$）.

（1）若曲线 $y=f(x)$ 在点（1，$f(1)$）处的切线方程为 $y=2x+m$，求实数 a、m 的值；

（2）关于 x 的方程 $f(x)+2\cos x=5$ 能否有三个不同的实根？证明你的结论；

（3）若 $f(2x-1)+2>2f(x)$ 对任意 $x\in[2,+\infty)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

20.（本小题满分 16 分）若无穷数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_n>0$，且对任意 $s<k<l<n$，$s+n\ge k+l$（$s,k,l,n\in N^*$）都有 $a_s+a_n\ge a_k+a_l$，则称数列 $\{a_n\}$ 为“T”数列.

（1）证明：正项无穷等差数列 $\{a_n\}$ 是“T”数列；

（2）记正项等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项之和为 S_n，若数列 $\{S_n\}$ 是“T”数列，求数列 $\{b_n\}$ 公比的取值范围；

（3）若数列 $\{c_n\}$ 是“T”数列，且数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项之和 T_n 满足 $\dfrac{T_n}{n}\ge\dfrac{c_1+c_n}{2}$，

求证：数列 $\{c_n\}$ 是等差数列.

江苏省仪征中学2019届高三下学期数学周末限时训练7

2019.04.27

数学试题（II）卷

（满分40分，时间30分钟）

注意：请在答卷卡指定区域内作答．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

21．(本小题满分10分)

已知直线$l: ax-y=0$在矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}$对应的变换作用下得到直线$l'$，若直线$l'$过点（1, 1），求实数 a 的值．

22．(本小题满分10分)

在平面直角坐标系xOy中，直线l的参数方程是$\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t+m,\\ y=\dfrac{1}{2}t\end{cases}$（$t$是参数），以原点为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，若圆$C$的极坐标方程是$\rho=4\cos\theta$，且直线$l$与圆$C$相切，求实数$m$的值．

23. (本小题满分 10 分)

某超市在节日期间进行有奖促销，规定凡在该超市购物满 400 元的顾客，均可获得一次摸奖机会．摸奖规则如下：

奖盒中放有除颜色不同外其余完全相同的 4 个球（红、黄、黑、白）．顾客不放回的每次摸出 1 个球，若摸到黑球则摸奖停止，否则就继续摸球．按规定摸到红球奖励 20 元，摸到白球或黄球奖励 10 元，摸到黑球不奖励．

（1）求 1 名顾客摸球 2 次摸奖停止的概率；

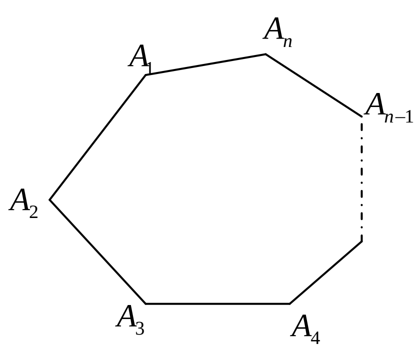
（2）记 X 为 1 名顾客摸奖获得的奖金数额，求随机变量 X 的分布列和数学期望．

24. (本小题满分 10 分)

随着城市化建设步伐，建设特色社会主义新农村，有 n 个新农村集结区 $A_1,A_2,A_3,...,A_n$ 按照逆时针方向分布在凸多边形顶点上 $(n\geq 4)$，如图所示，任意两个集结区之间建设一条新道路 A_iA_j，两条道路的交汇处安装红绿灯（集结区 $A_1,A_2,A_3,...,A_n$ 除外），在凸多边形内部任意三条道路都不共点，记安装红绿灯的个数为 $P(n)$．

（1）求 $P(4),P(5)$；

（2）求 $P(n)$，并用数学归纳法证明．



江苏省仪征中学2019届高三下学期数学周末限时训练7

参考答案

2019.04.27

1.$\{1,-1\}$　2. $-2+3i$　3. 1　4. 4　5. 0　6. $\dfrac{3}{10}$　7. $\sqrt{7}$　8. $\sqrt{31}$

9．66　10. $[2\sqrt{2}-2,2\sqrt{2}+2]$　11. $\sqrt{3}$　12. $\dfrac{1}{3}$　13. $(\dfrac{1}{2},2]$　14. $\dfrac{3\sqrt{3}-3}{4}$

15．解：（1）由 $\cos A=\dfrac{2}{3}$，$\sin^2 A+\cos^2 A=1$ 且 $A\in(0,\pi)$ 得 $\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ ……2 分

因为 A+B+C=π，所以 $\sin B=\sin(A+C)$

又因为 $\sin B=\sqrt{5}\cos C$

所以 $\sin(A+C)=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\cos C+\dfrac{2}{3}\sin C=\sqrt{5}\cos C$ ……………………………4 分

得 $\dfrac{2}{3}\sin C=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}\cos C$

若 $\cos C=0$，则 $\sin C=1$ 不符合上式，所以 $\cos C\neq 0$

所以 $\tan C=\sqrt{5}$ ……………………………………………………………………7 分

（2）由 $\tan C=\sqrt{5}$，$\sin^2 C+\cos^2 C=1$ 且 $C\in(0,\pi)$

得 $\sin C=\dfrac{\sqrt{30}}{6}$，$\cos C=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$ ……………………………………………………9 分

$\sin B=\sqrt{5}\cos C=\dfrac{\sqrt{30}}{6}$

由 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$ 得 $b=\sqrt{3}$ ……………………………………………………12 分

$\therefore S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ ……………………………………………………14 分

16．证明：（1）矩形 $ABCD$ 中 $AB\perp BC$，平面 $ABCD\perp$ 平面 BCE，

平面 $ABCD\cap$ 平面 $BCE=BC$，$AB\subset$ 平面 $ABCD$　∴$AB\perp$ 平面 BCE ………………2 分

又 $CE\subset$ 平面 BCE　∴$AB\perp CE$

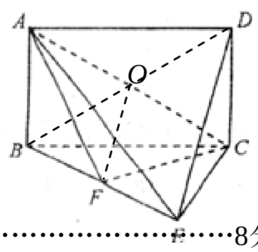
而 $BE\perp EC$　且 $AB\cap BE=B$，AB，$BE\subset$ 平面 ABE

∴ $CE\perp$ 平面ABE，…………………………………………4分

由$CE\subset$平面AEC，∴平面$AEC\perp$平面ABE …………6分

（2）连接BD，设$BD\cap AC=O$，连接OF，

矩形$ABCD$中，O是BD中点……………………………………………………8分



若$DE//$平面ACF，$DE\subset$平面DBE，平面$DBE\cap$平面$AFC=OF$

$\therefore OF//DE$ ……………………………………………………………………………………10分

在△BDE中，$\because OF//DE$，O是BD中点，$\therefore F$是BE中点 ……………………………12分

$\therefore \dfrac{BE}{BF}=2$ ……………………………………………………………………………………14分

17. BC=$5\sqrt{2}$

因为安全撤离，所以$PC>t$在$t\in[0,5]$上恒成立

$PC^2=AC^2+AP^2-2AC\cdot AP\cos\angle CAP=25+a^2t^2-5at>t^2$在$t\in[0,5]$上恒成立

所以$f(t)=(a^2-1)t^2-5at+25>0$

1° a=1 时，$f(t)=-5t+25>0$在$t\in[0,5]$上恒成立，所以 a=1 符合题意

2° 0<a<1 时，$f(t)$的最小值只可能在端点处取得，所以只要$f(0)>0$且$f(5)>0$，解得$a<0$或$a>1$，舍去

3° a>1 时

（1）当$\dfrac{5a}{2(a^2-1)}\geq 5$即$1<a<\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$时，$f(t)$的最小值为$f(5)>0$，得$a<0$或$a>1$，所以$1<a<\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$

（2）当$\dfrac{5a}{2(a^2-1)}<5$即$a>\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$时，$\Delta<0$得$a>\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

因为$\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}>\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$所以$a>\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$

综上，$a\geq 1$即学生撤离的速度至少要是每分钟 1km

18. （1）$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$

（2）①设切点 A(x_0,y_0)，则可证切线 AP：$\dfrac{x_0x}{4}+\dfrac{y_0y}{3}=1$

所以点 P$(4,\dfrac{3(1-x_0)}{y_0})$

以AP为直径的圆：$(x-x_0)(x-4)+(y-y_0)(y-\dfrac{3(1-x_0)}{y_0})=0$

由对称性可知定点在 x 轴上，令 y=0 得$x^2-(4+x_0)x+3+x_0=0$，所以过定点 C（1, 0）

同理，以BP为直径的圆过定点 C（1, 0）

②设 A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)，C（1, 0）

因为$\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$，所以$\begin{cases}x_2=3-2x_1\\y_2=-2y_1\end{cases}$

又因为$\begin{cases}\frac{x_1^{\ 2}}{4}+\frac{y_1^{\ 2}}{3}=1\\\frac{x_2^{\ 2}}{4}+\frac{y_2^{\ 2}}{3}=1\end{cases}$，所以$A(\frac{7}{4},\frac{3\sqrt{5}}{8})$

P$(4,-\frac{6\sqrt{5}}{5})$，所以直线PC的方程为$y=-\frac{2\sqrt{5}}{5}x+\frac{2\sqrt{5}}{5}$

19.（1）$a=-2,m=0$………………2 分

（2）不可能有三个不同的实根，证明如下：

令 g(x)= f（x）+2cosx

如果 g（x）=5 有三个不同的实根，则 g（x）至少要有三个单调区间，则$g'(x)=0$至少两个不等实根，所以只要证明$g'(x)=0$在$(0,+\infty)$至多 1 个实根………………4 分

$g'(x)=4x+\frac{a}{x}-2\sin x$，$g''(x)=4-2\cos x-\frac{a}{x^2}$，

1° 当 a<0 时，$4-2\cos x>0,\quad -\frac{a}{x^2}>0$，$\therefore g''(x)>0$，$\therefore g'(x)$在$(0,+\infty)$单调递增，

$\therefore g'(x)=0$在$(0,+\infty)$至多 1 个实根；………………7 分

2° 当 a⩾0 时，$(4x-2\sin x)'=4-2\cos x>0$，$\therefore y=4x-2\sin x$在$(0,+\infty)$单调递增，

$\therefore y=4x-2\sin x$>0，又因为 a⩾0 时$\frac{a}{x}\geq 0$，$\therefore g'(x)=4x+\frac{a}{x}-2\sin x>0$，

$\therefore g'(x)=0$在$(0,+\infty)$没有实根

综合 1° 2° 可知，$g'(x)=0$在$(0,+\infty)$至多 1 个实根，所以得证.………………10 分

（3）∵f（2x-1）+2>2f（x）对任意$x\in[2,+\infty)$恒成立，且$f(x)=2x^2+a\ln x$，

$\therefore 4x^2-8x+4+a\ln(2x-1)>2a\ln x$对任意$x\in[2,+\infty)$恒成立，

$\therefore 4x^2-a\ln x^2>4(2x-1)-a\ln(2x-1)$对任意$x\in[2,+\infty)$恒成立，

令$h(t)=4t-a\ln t$，………………………………13 分

则$h(x^2)>h(2x-1)$对任意$x\in[2,+\infty)$恒成立，

$\because x\in[2,+\infty)$时$x^2>2x-1$，且$h(x^2)>h(2x-1)$，$x^2\in[4,+\infty)$，$2x-1\in[3,+\infty)$

$\therefore h(t)=4t-a\ln t$在$t\in[3,+\infty)$单调递增$\therefore h'(t)=4-\frac{a}{t}\geq 0$在$t\in[3,+\infty)$恒成立，

$\therefore a\leq 12$…………………………………………16 分

20.（1）证明：$a_s+a_n-a_k-a_l=(s+n-k-l)d$

因为正项无穷等差数列$\{a_n\}$，所以 d>0，且$s+n\geq k+l$，所以$a_s+a_n\geq a_k+a_l$

所以正项无穷等差数列$\{a_n\}$是“T”数列

（2）1° q=1 时 $S_s+S_n-S_k-S_l=(s+n-k-l)a_1\ge 0$ 成立，所以 q=1；

2° q>1 时 $S_s+S_n-S_k-S_l=\frac{a_1}{1-q}(q^k+q^l-q^n-q^s)=\frac{a_1}{1-q}q^s(q^{k-s}+q^{l-s}-q^{n-s}-1)$

因为$s+n\ge k+l$，所以$n\ge k+l-s$，又因为 q>1，所以$q^{n-s}\ge q^{k+l-2s}=q^{k-s}\cdot q^{l-s}$

所以$q^{k-s}+q^{l-s}-q^{n-s}-1\le q^{k-s}+q^{l-s}-q^{k-s}\cdot q^{l-s}-1=(q^{k-s}-1)(1-q^{l-s})$ <0

所以$S_s+S_n-S_k-S_l=\frac{a_1}{1-q}q^s(q^{k-s}+q^{l-s}-q^{n-s}-1)$ >0，所以 q>1

3° 0<q<1 时

$$S_s+S_n-S_k-S_l=\frac{a_1}{1-q}(q^k+q^l-q^n-q^s)=\frac{a_1}{1-q}q^n(q^{k-n}+q^{l-n}-q^{s-n}-1)$$

$$=\frac{a_1}{1-q}q^n(\left(\frac{1}{q}\right)^{n-k}+\left(\frac{1}{q}\right)^{n-l}-\left(\frac{1}{q}\right)^{n-s}-1)$$

因为$s+n\ge k+l$，所以$n\ge k+l-s$，又因为 0<q<1，所以$\left(\frac{1}{q}\right)^{n-s}\ge\left(\frac{1}{q}\right)^{k-s}\cdot\left(\frac{1}{q}\right)^{l-s}$

所以

$$\left(\frac{1}{q}\right)^{n-k}+\left(\frac{1}{q}\right)^{n-l}-\left(\frac{1}{q}\right)^{n-s}-1\le\left(\frac{1}{q}\right)^{s-k}\cdot\left(\frac{1}{q}\right)^{s-l}+1-\left(\frac{1}{q}\right)^{k-s}-\left(\frac{1}{q}\right)^{l-s}$$

$$=[\left(\frac{1}{q}\right)^{k-s}-1][\left(\frac{1}{q}\right)^{l-s}-1]<0$$

所以$S_s+S_n-S_k-S_l=\frac{a_1}{1-q}q^n(\left(\frac{1}{q}\right)^{n-s}+1-\left(\frac{1}{q}\right)^{n-k}-\left(\frac{1}{q}\right)^{n-l})$ <0 舍去

综上：q≥1

（3）$T_n=c_1+c_2+\cdots+c_n$

$T_n=c_n+c_{n-1}+\cdots+c_1$

所以$2T_n=(c_1+c_n)+(c_2+c_{n-1})+\cdots+(c_n+c_1)$

数列$\{c_n\}$是“T”数列，所以$c_2+c_{n-1}\le c_1+c_n$，$c_3+c_{n-2}\le c_1+c_n$，…，$c_n+c_1\le c_1+c_n$

所以$2T_n\le n(c_1+c_n)$，所以$\frac{T_n}{n}\le\frac{c_1+c_n}{2}$

又因为$\frac{T_n}{n}\ge\frac{c_1+c_n}{2}$，所以$\frac{T_n}{n}=\frac{c_1+c_n}{2}$，即$2T_n=n(c_1+c_n)$

两次退位相减，可证数列$\{c_n\}$是等差数列

江苏省仪征中学2019届高三下学期数学周末限时训练7

数学（II）卷参考答案　　　2019.04.27

1.设 $P(x,y)$ 为直线 l 上任意一点，在矩阵 $\boldsymbol{A}$ 对应的变换下变为直线 l' 上点 $P'(x',y')$，则

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix},$$

化简，得 $\begin{cases} x=-2x'+y', \\ y=x'. \end{cases}$ ……………………………………………4 分

代入 $ax-y=0$，整理，得 $-(2a+1)x'+ay'=0$． ……………………………8 分

将点（1, 1）代入上述方程，解得 $a=-1$． ……………………………10 分

2.由 $\rho=4\cos\theta$，得 $\rho^2=4\rho\cos\theta$，所以 $x^2+y^2=4x$，即圆 C 的方程为 $\left(x-2\right)^2+y^2=4$，

又由 $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t+m, \\ y=\dfrac{1}{2}t, \end{cases}$ 消 t，得 $x-\sqrt{3}y-m=0$，由直线 l 与圆 C 相切，

所以 $\dfrac{|2-m|}{2}=2$，即 $m=-2$ 或 $m=6$ ……………………………………………10 分

3.（1）设“1 名顾客摸球 2 次停止摸奖”为事件 A，则 $P(A)=\dfrac{A_3^1}{A_4^2}=\dfrac{1}{4}$，

故 1 名顾客摸球 2 次停止摸奖的概率 $\dfrac{1}{4}$． ……………………………………4 分

（2）随机变量 X 的所有取值为 $0,10,20,30,40$．

$P(X=0)=\dfrac{1}{4}$，$P(X=10)=\dfrac{P_2^1}{P_4^2}=\dfrac{1}{6}$, $P(X=20)=\dfrac{P_2^2}{P_4^3}+\dfrac{1}{P_4^2}=\dfrac{1}{6}$,

$P(X=30)=\dfrac{C_2^1P_2^2}{P_4^3}=\dfrac{1}{6}$，$P(X=40)=\dfrac{P_3^3}{P_4^4}=\dfrac{1}{4}$,……………………………………………………8 分

所以，随机变量 X 的分布列为:

X	0	10	20	30	40
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

$EX=0\times\frac{1}{4}+10\times\frac{1}{6}+20\times\frac{1}{6}+30\times\frac{1}{6}+40\times\frac{1}{4}=20$. ……………………………………10 分

4.解：（1）$P(4)=1,P(5)=5$

（2）证明：①$n=4,P(4)=C_4^4=1$，命题成立；

假设$n=k(k\ge 4)$时，$P(k)=C_k^4$

则$n=k+1$时，$A_1,A_2,A_3,...,A_k,A_{k+1}$按逆时针方向排列，依次连结$A_{k+1}A_1,A_{k+1}A_2,......,A_{k+1}A_k$可增加$k$条道路，则

$A_{k+1}A_1$与凸四边形内部的道路交点为 0；

$A_{k+1}A_2$与凸四边形内部的道路交点为$1\cdot(k-2)$；

$A_{k+1}A_3$与凸四边形内部的道路交点为$2(k-3)$；

依次类推

$A_{k+1}A_{k-1}$与凸四边形内部的道路交点为$(k-2)\cdot 1$；

$$P(k+1)=k+2k+3k+...+(k-2)k-[1\times 2+2\times 3+...+(k-2)(k-1)]$$

则$=C_k^4+\frac{k(k-1)(k-2)}{2}-2(C_2^2+C_3^2+...+C_{k-1}^2)$

$=C_k^4+3C_k^3-2C_k^3=C_{k+1}^4$