考点一~二 集合与简易逻辑（几何5分 逻辑用语5分）

集合

- 集合元素的特性 → 确定性、互异性、无序性
- 集合的分类
  - 有限集
  - 无限集
  - 空集φ
- 集合的表示 → 列举法、特征性质描述法、Veen图法
- 集合的基本关系 → 性质
  - 真子集
  - 子集
  - 几何相等
- 集合的基本运算 ← 数轴、Veen图、函数图象
  - 交集 $p\cap q$
  - 并集 $p\cup q$
  - 补集

(1)空集是任何非空集合的真子集；
(2)$A\subseteq A$;(3)则$A\subseteq B$则$A=B$或$A\subsetneq B$；
(4)若$A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则$A\subseteq C$；
(5)含有n个元素的集合有2^n个子集，有2^{n-1}个真子集；
(6)$\in,\subseteq$的区别：$\in$表示元素与集合关系，$\subseteq$表示集合与集合关系；
(7)a与$\{a\}$区别：一般地，a表示元素，$\{a\}$表示只有一个元素a的集合；
(8)$\{0\},\{\phi\}$，ϕ区别:$\{0\},\{\phi\}$表示集合，ϕ表示空集，$\phi\subseteq\{0\}$，$\phi\subseteq\{\phi\}$.

(1)$A\cup A=A$，$A\cap A=A$，$A\cup\phi=A$，$A\cap\phi=\phi$；
(2)$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$，$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq A(或B)\subseteq A\cup B$；
(3)$A\cup(C_UA)=U$；$A\cap(C_UA)=\phi$；$C_U(C_UA)=A$；
(4)$C_U(A\cap B)=(C_UA)\cup(C_UB)$；
(5)分配律：$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$；$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$；
(6)结合律：$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$；$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$；

四种命题

- 原命题：若p，则q.
- 逆命题：若q，则p.
- 否命题：若$\neg p$，则$\neg q$.
- 逆否命题：若$\neg q$，则$\neg p$.

原命题与逆命题：互逆；否命题与逆否命题：互逆；
原命题与否命题：互否；逆命题与逆否命题：互否；
原命题与逆否命题、逆命题与否命题：互为逆否

基本逻辑联结词

- 或$\vee$ —— $p\vee q$
- 且$\wedge$ —— $p\wedge q$
- 非$\neg$ —— $\neg p(或\neg q)$

量词

- 全称量词 —— 全称命题
- 存在量词 —— 存在命题

否定：
- 若$p:\forall x\in M$，$p(x)$；则$\neg p:\exists x_0\in M$，$\neg p(x_0)$
- 若$p:\exists x_0\in M$，$p(x_0)$；则$\neg p:\forall x\in M$，$\neg p(x)$

考点三 函数概念与基本初等函数（奇偶性 5分）

- **映射**
  - A中元素在B中都有唯一的象；可一对一（一一映射），也可多对一，但不可一对多
- **函数**
  - 函数的概念
    - 定义
      - 表示
        - 列表法
        - 解析法
        - 图象法
    - 三要素
      - 定义域
        - 使解析式有意义及实际意义
      - 对应关系
        - 常用换元法求解析式
      - 值域
        - 观察法、判别式法、分离常数法、单调性法、最值法、重要不等式、三角法、图象法、线性规划等
    - 区间
  - 函数的基本性质
    - 单调性
      - 1.求单调区间：定义法、导数法、用已知函数的单调性。
      - 2.复合函数单调性：同增异减。
    - 奇偶性
      - 1.先看定义域是否关于原点对称，再看$f(-x)=f(x)$还是$-f(x)$.
      - 2.奇函数图象关于原点对称，若$x=0$有意义，则$f(0)=0$.
      - 3.偶函数图象关于y轴对称，反之也成立。
    - 周期性
      - $f(x+T)=f(x)$；周期为T的奇函数有：$f(T)=f(T/2)=f(0)=0$.
    - 对称性
    - 最值
      - 二次函数、基本不等式，对勾函数、三角函数有界性、线性规划、导数、利用单调性、数形结合等。
  - 函数常见的几种变换
    - 平移变换、对称变换
    - 翻折变换、伸缩变换
  - 基本初等函数
    - 正（反）比例函数、一次（二次）函数
    - 指数函数与对数函数
    - 幂函数
    - 三角函数
    - （以上均需掌握）定义、图象、性质和应用
  - 分段函数
  - 复合函数
    - 单调性：同增异减
  - 抽象函数
    - 赋值法，典型的函数
  - 函数与方程
    - 零点
      - 求根法、二分法、图象法；一元二次方程根的分布
  - 函数的应用
    - 建立函数模型

考点四 导数及其应用（12分）

导数

- 导数概念
  - 函数的平均变化率 → 函数的瞬时变化率 → $f(x)$与$f(x_0)$的区别
  - 运动的平均速度 → 运动的瞬时速度 → $v_{t_0}=S'$，$a_{t_0}=v'_{t_0}$
  - 曲线的割线的斜率 → 曲线的切线的斜率 → $k=f'(x_0)$
- 导数概念
  - 基本初等函数求导 → $c'=0$（c为常数）；$(x^n)'=nx^{n-1}$；$(\sin x)'=\cos x$；$(\cos x)'=-\sin x$；$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$；$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$；$(a^x)'=a^x\ln a$；$(e^x)'=e^x$.
  - 导数的四则运算法则 → 设$f(x)$，$g(x)$是可导的，则有：(1)$[f(x)\pm g(x)]'=f'(x)\pm g'(x)$ (2)$[f(x)\cdot g(x)]'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ (3)$\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$
  - 简单复合函数的导数 → $[f(g(x))]'=f'(u)\cdot u'(x)$
- 导数应用
  - 函数的单调性研究 → $f'(x)>0\Rightarrow f(x)$在该区间递增，$f'(x)<0\Rightarrow f(x)$在该区间递减.
  - 函数的极值与最值 → 1.极值点的导数为0，但导数为0的点不一定是极值点；2.闭区间一定有最值，开区间不一定有最值。
  - 曲线的切线 → 1.曲线上某点处切线，只有一条；2.过某点的曲线的切线不一定只一条，要设切点坐标。
  - 变速运动的速度
  - 生活中最优化问题 → 一般步骤：1.建模，列关系式；2.求导数，解导数方程；3.比较区间端点函数值与极值，找到最大（最小）值。

定积分与微积分

- 定积分概念
  - 定义及几何意义 → 性质 → $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$；$\int_a^b[f(x)\pm g(x)]dx=\int_a^b f(x)dx\pm\int_a^b g(x)dx$；$\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$；$\int_a^c f(x)dx=\int_a^b f(x)dx\int_b^c f(x)dx.(a<b<c)$
  - 曲边梯形的面积 → 1.用定义求：分割、近似代替、求和、取极限；2.用公式。
  - 变力所做的功
  - 和式$\sum\limits_{i=1}^{n-1}f(\xi_i)\Delta x_i$的极限
- 微积分基本定理
  - 定理含意 → 若$F'(x)=f(x)$，则$\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$（牛顿－莱布尼兹公式）
  - 定理应用 → 1.求平面图形面积；2.在物理中的应用（1）求变速运动的路程：$s=\int_b^a v(t)dt$ （2）求变力所作的功；$W=\int_a^b F(x)dx$

考点五　三角函数（15分）

三角函数

- 任意角与弧度制；单位圆
  - 角
    - 正角、负角、零角
    - 象限角
    - 轴线角
    - 终边相同的角
    - 区别第一象限角、锐角、小于90⁰的角
  - 弧度制 → 定义1弧度的角
    - ①角度与弧度互化；②特殊角的弧度数；③弧长公式、扇形面积公式
- 任意角的三角函数
  - 任意角三角函数定义 — 三角函数线
  - 同角三角函数的关系 — 平方关系、商的关系
  - 诱导公式 → 奇变偶不变，符号看象限
  - 和（差）角公式
  - 二倍角公式
  - 公式正用、逆用、变形及“1”的代换
  - 化简、求值、证明（恒等式）
- 三角函数的图象
  - 正弦函数$y=\sin x$
  - 余弦函数$y=\cos x$
  - 正切函数$y=\tan x$
  - $y=A\sin(\omega x+\varphi)+b$
  - 作图象
    - 描点法（五点作图法）
    - 几何作图法
  - 性质
    - 定义域、值域
    - 单调性、奇偶性、周期性
    - 对称性 → 对称轴（正切函数除外）经过函数图象的最高（或低）点且垂直x轴的直线对称中心是正余弦函数图象的零点，正切函数的对称中心为$(\frac{k\pi}{2}，0)$（$k\in \mathbf{Z}$）
    - 最值
  - ①图象可由正弦曲线经过平移、伸缩得到，但要注意先平移后伸缩与先伸缩后平移不同；②图象也可以用五点作图法；③用整体代换求单调区间（注意ω的符号）；④最小正周期$T=\frac{2\pi}{|\omega|}$；⑤对称轴$x=\frac{(2k+1)\pi-2\phi}{2\omega}$，对称中心为$(\frac{k\pi-\phi}{\omega}，b)$（$k\in \mathbf{Z}$）.
- 三角函数模型的简单应用 → 生活中、建筑学中、航海中、物理学中等

考点六 平面向量 （5分）

解三角形

- 正弦定理
  - $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$及变式
  - 适用范围：①已知两角和任一边，解三角形；②已知两边和其中一边的对角，解三角形。
- 余弦定理
  - $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$
    $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$
    $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$
    → 推论： 求角
  - 适用范围：①已知三边，解三角形；②已知两边和它们的夹角，解三角形。
- → 解的个数是一个？两个？还是无解？
- 面积
  - $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ah=\dfrac{1}{2}ab\sin C$
    $=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\left(其中p=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
    $=\dfrac{abc}{4R}(R是外接圆半径)$
    $=\dfrac{1}{2}(a+b+c)\cdot r(r是内切圆半径)$
- 实际应用

（1）解三角形时，三条边和三个角中“知三求二”。
（2）解三角形应用题步骤：先准确理解题意，然后画出示意图，再合理选择定理求解。尤其理解有关名词，如坡角、坡比、仰角和俯角、方位角、方向角等。

平面向量

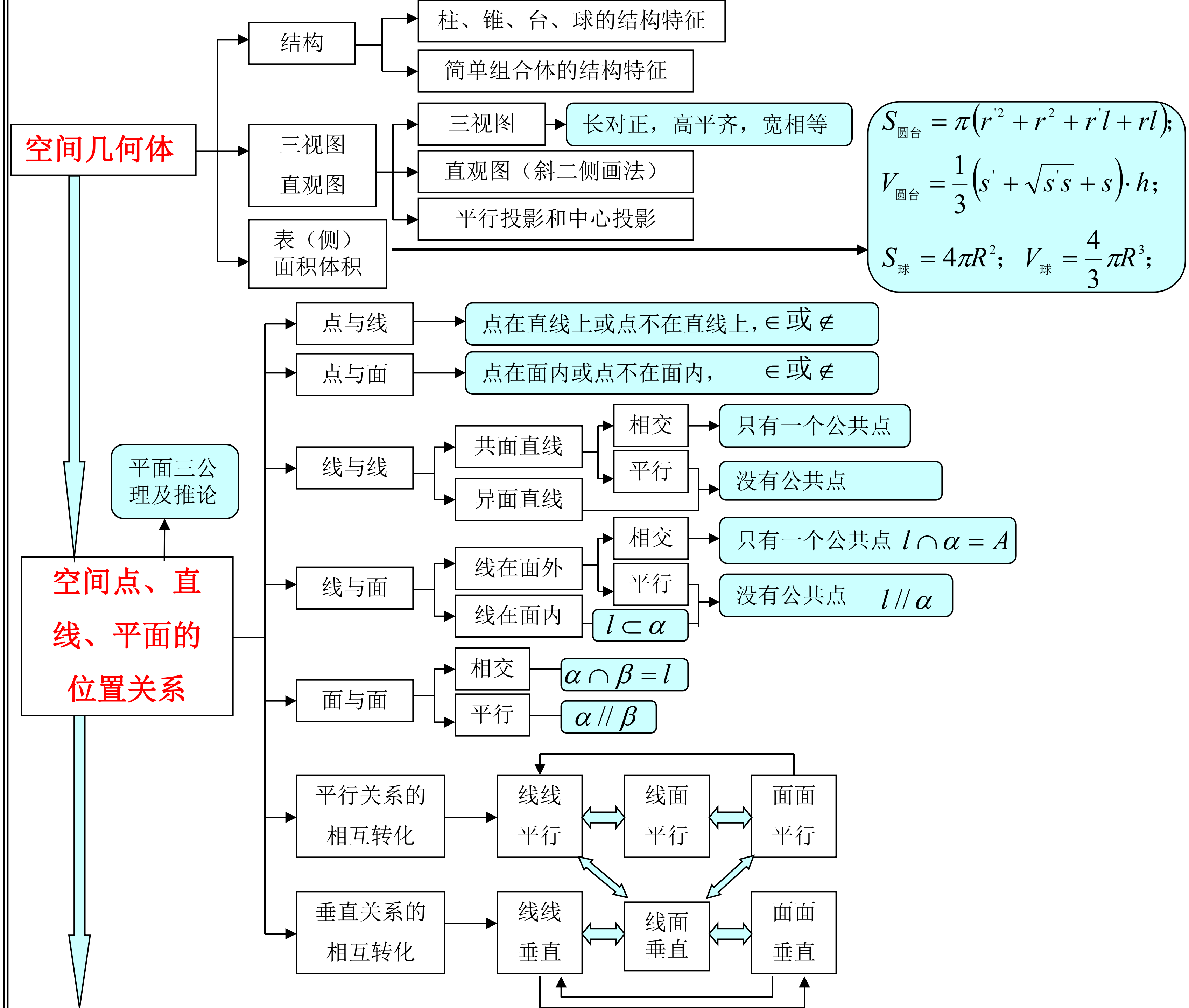
- 向量的概念 — 零向量与单位向量 → 表示 → $|\vec{a}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- 线性运算 → 加、减、数乘 — 几何意义及运算律
- 平面向量基本定理 → $\vec{p}=x\vec{e}_1+y\vec{e}_2$
- 数量积
  - 几何意义 → 投影 → $\vec{b}在\vec{a}方向上的投影为|\vec{b}|\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}$
  - 夹角公式 → 设$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角为θ,则$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$
- 共线与垂直
  - 共线（平行） → $\vec{a}//\vec{b}\Leftrightarrow\vec{b}1=\lambda 0\vec{a}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0(\vec{a}\neq\vec{0})$
  - 垂 直 → $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$
- 向量的应用 → 在平面（解析）几何中的应用；在物理（力向量、速度向量）中应用

考点七 数列（12分）

数列

- 一般数列
  - 概念
    - 数列的定义 → 表示
      - 解析法：$a_n=f(n)$ → 数列是特殊的函数
      - 图象法
      - 列表法
    - 通项公式
    - 递推公式
    - a_n与s_n的关系 → $a_n=\begin{cases} S_1, & n=1 \\ S_n-S_{n-1}, & n\geq 2 \end{cases}$
- 特殊数列
  - 等差数列
  - 等比数列 → $q\neq 0$，$a_n\neq 0$
  - 通项公式、求和公式、性 质、判 断：
    - 等差数列：
      - $a_n=a_1+(n-1)d=a_m+(n-m)d$
      - $S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$
      - $a_m+a_n=a_p+a_q=2a_{\frac{m+n}{2}}$
      - $a_{n+1}-a_n=$常数
    - 等比数列：
      - $a_n=a_1\cdot q^{n-1}=a_m\cdot q^{n-m}$
      - $S_n=na_1(q=1\text{时})$；$\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1-a_n\cdot q}{1-q}(q\neq 1)$
      - $a_m\cdot a_n=a_p\cdot a_q=a^2_{\frac{m+n}{2}}$
      - $\frac{a_{n+1}}{a_n}=$常数
    - 等差中项：$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$
    - 等比中项：$a_{n+1}^2=a_n\cdot a_{n+2}$
- 常见递推类型及方法
  - ① $a_{n+1}-a_n=f_{(n)}$ → 逐差累加法
  - ② $\frac{a_{n+1}}{a_n}=f(n)$ → 逐商累积法
  - ③ $a_{n+1}=pa_n+q$ → 构造等比数列$\left\{a_n+\frac{q}{p-1}\right\}$
  - ④ $pa_{n+1}a_n=a_n-a_{n+1}$ → 构造等差数列 $\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=p$
  - ⑤ $a_{n+1}=pa_n+q^n$ → 化为$\frac{a_{n+1}}{q^n}=\frac{p}{q}\cdot\frac{a_n}{q^{n-1}}+1$转化为③
- 常见的求和方法
  - 公式法：应用等差、等比数列的前n项和公式
  - 倒序相加法
  - 分组求和法
  - 裂项相消法
  - 错位相减法
  - 自然数的乘方和公式：
    - $\sum_{k=1}^{n}k=\frac{1}{2}n(n+1)$；$\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$
    - $\sum_{k=1}^{n}k^3=\left[\frac{1}{2}n(n+1)\right]^2$
- 数列应用

考点八 三视图与立体几何（5分）



考点九 立体证明（10分）

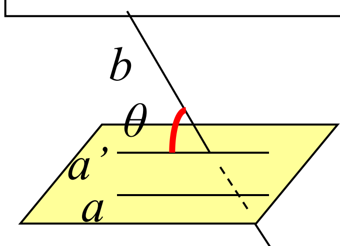
空间的角

- 异面直线所成的角 → 范围：$(0^\circ,90^\circ]$ → $\cos\theta=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$;
- 直线与平面所成的角 → 范围：$[0^\circ,90^\circ]$ → $\sin\theta=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{n}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{n}|}$;
- 二面角 → 范围：$[0^\circ,180^\circ]$ → $\cos\theta=\dfrac{\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}$;

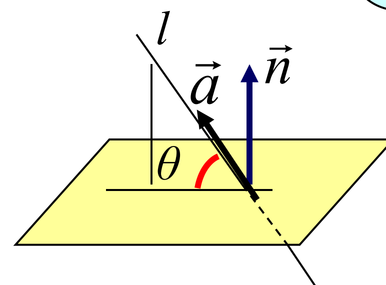
空间的距离

- 点到平面的距离
- 直线与平面所成的距离
- 平行平面之间的距离

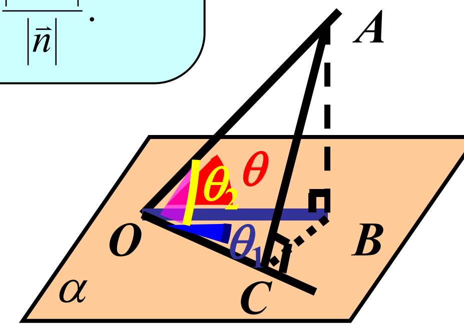
相互之间的转化 → $d=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}$.



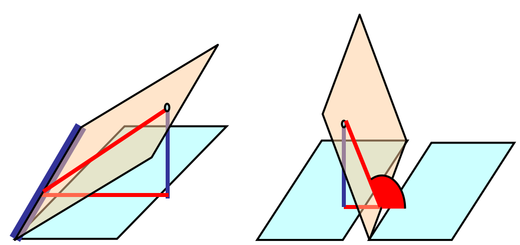
异面直线所成的角

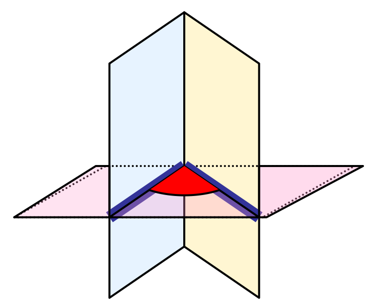


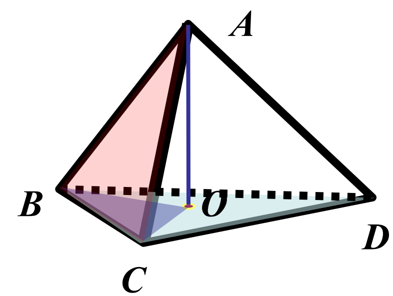
直线与平面所成的角



$\cos\theta_2=\cos\theta_1\times\cos\theta$







二面角 → **垂线法** — **垂面法** — **射影法**

线定理作出平面角，解直角三角形求角

通过做二面角的棱的垂面，两条交线所成的角即为平面角

二面角θ的大小为$\cos\theta = S' \div S$

考点十　空间向量（5分）

空间向量与立体几何

- 空间向量及其运算
  - 空间向量的加减运算
  - 空间向量的数乘运算
  - 空间向量的数量积运算
  - 空间向量的坐标运算
    - 共线向量定理 → $\vec{a} /\!/ \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda\vec{b}(\lambda \in R)$或$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + t\vec{a}(t \in R$，$\vec{a}$为$l$方向向量$)$
    - 共面向量定理 → $\vec{p}$与$\vec{a}$，$\vec{b}$共面$\Leftrightarrow \vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}(\vec{a}$，$\vec{b}$不共线$)$或$\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$或$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}($其中$x + y + z = 1)$
    - 空间向量基本定理 → 空间任一向量$\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}(\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$不共面$)$
      推论：设$OABC$是不共面四点，则对任一点P有$\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}(x$，$y$，$z \in R)$
    - 平行与垂直的条件 → $\vec{a} /\!/ \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = \lambda\vec{a}(\vec{a} \neq \vec{0}, \lambda \in R)$；$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
    - 向量夹角 → $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} =$（坐标表示）
    - 向量距离 → $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{\overrightarrow{AB}^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
- 立体几何中的向量方法
  - 直线的方向向量与法量
  - 向量法证两直线平行与垂直
  - 求空间角 →
    1. 求异面直线的夹角$\theta: \cos\theta = \dfrac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$（$\vec{a}$，$\vec{b}$为方向向量）；
    2. 直线与平面的夹角$\theta: \cos\theta = \dfrac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{n}|}$（$\vec{a}$为直线方向向量，$\vec{n}$为平面法向量）；
    3. 二面角$\theta: \cos\theta = \dfrac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$（$\vec{n}_1$，$\vec{n}_2$为两平面法向量）.
  - 求空间距离 → 点到平面的距离：$d = \dfrac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{MP}|}{|\vec{n}|}$（$\vec{n}$为平面$\alpha$的法向量，$M \in \alpha, P \notin \alpha$）
    线面距、面面距都可转化为点面距.

考点十一~十二　直线与圆的方程（15分）

直线的方程

- 倾斜角与斜率
  - 倾斜角α［0⁰，180⁰）和斜率k=tanα的变化
- 直线方程
  - 点斜式：$y-y_0=k\left(x-x_0\right)$
  - 斜截式：$y=kx+b$
  - 两点式：$\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}\left(x_1\neq x_2,y_1\neq y_2\right)$
  - 截距式：$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1\ \left(a\neq 0,b\neq 0\right)$
  - 一般式：$Ax+By+C=0\left(AB\neq 0\right)$
  - 注意（1）截距可正，可负，也可为0；（2）方程各种形式的变化和适用范围.
- 平面内两条位置关系
  - 两直线平行：$k_1=k_2$，且$b_1\neq b_2$.或$A_1B_2=A_2B_1$且$A_1C_3\neq A_2C_1$.
  - 两直线相交
    - 两直线垂直：$k_1\cdot k_2=-1$或$A_1A_2+B_1B_2=0$.
    - 两直线斜交：$k_1\neq k_2$或$A_1B_2\neq A_2B_1$.
  - 两直线重合：$k_1=k_2$，且$b_1=b_2$.或$A_1B_2=A_2B_1$且$A_1C_3=A_2C_1$.
- 距离
  - 点点距：$\left|P_1P_2\right|=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}$.
  - 点线距：$d=\dfrac{\left|Ax_0+By_0+C\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}$
  - 线线距：$d=\dfrac{\left|C_1-C_2\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}$
- 两直线夹角
  - $\tan\theta=\left|\dfrac{k_1-k_2}{1+k_1k_2}\right|=\left|\dfrac{A_1B_2-A_2B_1}{A_1A_2+B_1B_2}\right|.\left(\begin{array}{c}\theta\in\left[0^0,90^0\right)\\ A_1A_2+B_1B_2\neq 0\end{array}\right)$

圆的方程

- 圆的方程
  - 标准方程：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$
    - 以AB为直径圆方程：$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$
  - 一般方程：$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0(D^2+E^2-4F>0)$
    - 二元二次方程 $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ 表示圆的充要条件是：$\begin{cases} A=C\neq 0 \\ B=0 \\ D^2+E^2-4F>0 \end{cases}$
- 点和圆的位置关系
  - 点在圆内 $\Leftrightarrow d<r \Leftrightarrow (x_0-a)^2+(y_0-b)^2<r^2$
  - 点在圆上 $\Leftrightarrow d=r \Leftrightarrow (x_0-a)^2+(y_0-b)^2=r^2$
  - 点在圆外 $\Leftrightarrow d>r \Leftrightarrow (x_0-a)^2+(y_0-b)^2>r^2$
- 直线和圆的位置关系
  - 相离：$\Delta<0 \quad d>r$
  - 相切：$\Delta=0 \quad d=r$
  - 相交：$\Delta>0$，或$d<r$
    - $|AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$
    - $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}$
- 圆和圆的位置关系
  - 相离
  - 相切
  - 相交
  - (1)利用两圆方程组解数是0,1,2;
  - (2)$|r_1-r_2|<d<r_1+r_2 \Leftrightarrow$相交；
  - $d=r_1+r_2 \Leftrightarrow$外切；$d=|r_1-r_2| \Leftrightarrow$内切；
  - $d>r_1+r_2 \Leftrightarrow$外离；$0<d<|r_1-r_2| \Leftrightarrow$内含
- 空间直角坐标系
  - 空间两点间距离、中点坐标公式

几种常见的直线系：

(1)共点$P(x_0, y_0)$直线系：$y-y_0=k(x-x_0)$；特殊地$y=kx+b$表示过点$(0, b)$的直线系，不包括y轴.

(2)平行直线系：$y=kx+b$(k为参数)表示斜率为k的平行直线系；$Ax+By=\lambda$(λ为参数)表示与已知$Ax+By+C=0$平行的直线系；$Bx-Ay=\lambda$(λ为参数)表示与已知$Ax+By+C=0$垂直的直线系.

(3)过两直线交点的直线系:(λ为参数)$A_1x+By_1+C_1+\lambda(A_2x+By_2+C_2)=0$(不包括$l_2$);
$A_2x+By_2+C_2+\lambda(A_1x+By_1+C_1)=0$(不包括$l_1$).

几种常见的圆系：

(1)同心圆系:$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$(a，r为参数)或$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0\left(\begin{array}{l}D, E\text{为常数}, F\text{为参数},\\ \text{且}D^2+E^2-4F>0\end{array}\right)$

(2)圆心在x轴上的圆系:$(x-a)^2+y^2=r^2$(a，r为参数)或$x^2+y^2+Dx+F=0$(D，F为参数，且$D^2-4F>0$);

(3)圆心在x轴上的圆系：$x^2+(y-b)^2=r^2$(b，r为参数)或$x^2+y^2+Ey+F=0$(E，F为参数，且$E^2-4F>0$);

(4)过原点的圆系:$(x-a)^2+(y-b)^2=a^2+b^2$或$x^2+y^2+Dx+Ey=0$;

(5)过两已知圆交点的圆系：$x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1+\lambda(x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2)=0$(不含$C_2$);
或$x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2+\lambda(x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1)=0$(不含$C_1$).(其中$\lambda$为参数)

直线与圆锥曲线的位置关系：

1.直线l：$Ax+By+C=0$，二次曲线C:$\begin{cases}Ax+By+C=0\\ f(x,y)=0\end{cases}$的位置关系：交点个数与方程组有几组解一一对应，其交点坐标就是方程组的解;2.弦长:$|AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|$($k$为直线$l$的斜率)

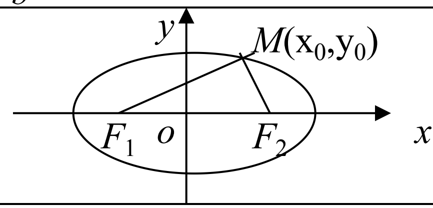
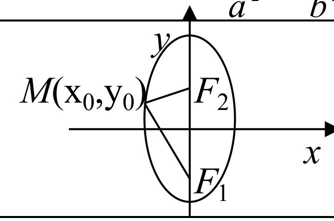
3.椭圆上$M(x_0,y_0)$点处的切线为:$\dfrac{x_0x}{a^2}+\dfrac{y_0y}{b^2}=1$;4.双曲线上$M(x_0,y_0)$点处的切线为:$\dfrac{x_0x}{a^2}-\dfrac{y_0y}{b^2}=1$

考点十三 圆锥曲线（12分）

- **圆锥曲线**
  - 曲线与方程
    - 求曲线的方程
      - 轨迹方程的求法：直接法、定义法、相关点法、参数法
    - 画方程的曲线
    - 求两曲线的交点
    - 纯粹性与完备性
  - 椭圆
  - 双曲线
  - 抛物线
    - 定义及标准方程
    - 几何性质
      - 范围、对称性、顶点、焦点、长轴（实轴）、短轴（虚轴）渐近线（双曲线）、准线、离心率。（通径、焦半径）
  - 直线与圆锥曲线的位置关系
    - 相交
      - 弦长
    - 相切
    - 相离
- **对称性问题**
  - 中心对称
    - $点(x_0,\ y_0)\xrightarrow{关于点(a,\ b)对称}点(2a-x_0,2b-y_0)$
    - $曲线f(x,\ y)\xrightarrow{关于点(a,\ b)对称}曲线f(2a-x,2b-y)$
  - 轴对称
    - 点$(x_1,\ y_1)$与点$(x_2,\ y_2)$关于直线$Ax+By+C=0$对称

$$\begin{cases} A\cdot\dfrac{x_1+x_2}{2}+B\cdot\dfrac{y_1+y_2}{2}+C=0 \\ \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\cdot\left(-\dfrac{A}{B}\right)=-1 \end{cases}$$

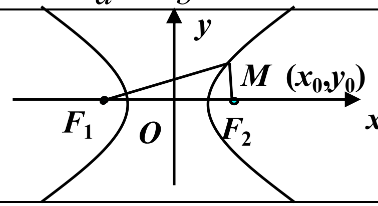
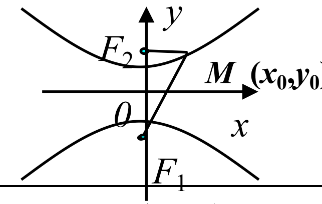
圆锥曲线----椭圆

定　义	$\lvert MF_1\rvert+\lvert MF_2\rvert=2a\left(常数2a>\lvert F_1F_2\rvert=2c\right)$	
标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ $a=b$时椭圆变成圆，$x^2+y^2=a^2$	$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$
图　形		
中　心	$(0,0)$	$(0,0)$
顶　点	$(\pm a,0),(0,\pm b)$	$(0,\pm a),(\pm b,0)$
焦　点	$(\pm c,0)$	$(0,\pm c)$
对称轴	x轴，y轴；原点	x轴，y轴；原点
范　围	$-a\le x\le a;-b\le y\le b$	$-b\le x\le b;-a\le y\le a$
准线方程	$x=\pm\frac{a^2}{c}$	$y=\pm\frac{a^2}{c}$
焦半径	$\lvert MF_1\rvert=a+ex_0;\lvert MF_2\rvert=a-ex_0$	$\lvert MF_1\rvert=a+ey_0;\lvert MF_2\rvert=a-ey_0$
离心率	$e=\frac{c}{a}\left(0<e<1,其中c^2=a^2-b^2\right)$ $e\to1,$椭圆越扁；$e\to0,$越圆	
长轴短轴	$2a$叫做椭圆的长轴，a叫做长半轴长；$2b$叫做椭圆的短轴，b叫做短半轴长；	
通　径	过焦点垂直于长轴的椭圆的弦。通径长=$\frac{2b^2}{a}$	

特别提示:1.$2a=2c$时，轨迹是线段;$2a<2c$时，轨迹不存在;

2.焦点弦$\lvert AB\rvert=\lvert AF_1\rvert+\lvert BF_1\rvert=2a+e(x_1+x_2)$;3.椭圆的焦点永远在长轴上;.

圆锥曲线——双曲线

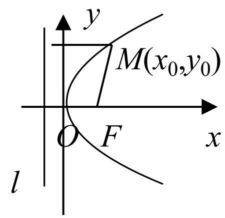
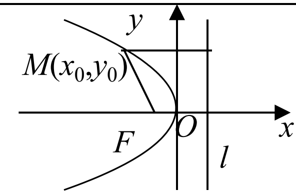
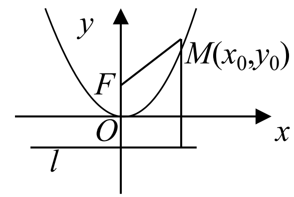
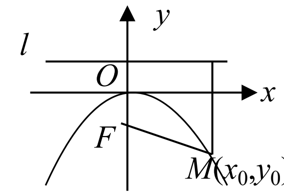
定　义	$\left\|\,\|MF_1\|-\|MF_2\|\,\right\|=2a$（常数$2a<2c=\|F_1F_2\|$）	
标准方程	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$
图　形		
中　心	$(0,0)$	$(0,0)$
顶　点	$(\pm a,0)$	$(0,\pm a)$
焦　点	$(\pm c,0)$	$(0,\pm c)$
对称轴	x轴，y轴；原点	x轴，y轴；原点
范　围	$\|x\|\ge a, y\in R$	$\|y\|\ge a, x\in R$
准线方程	$x=\pm\frac{a^2}{c}$	$y=\pm\frac{a^2}{c}$
焦半径	M在右支上:$\|MF_1\|=ex_0+a;\|MF_2\|=ex_0-a;$ M在左支上:$\|MF_1\|=-(ex_0+a);\|MF_2\|=-(ex_0-a)$	M在上支上:$\|MF_1\|=ey_0+a;\|MF_2\|=ey_0-a;$ M在下支上:$\|MF_1\|=-(ey_0+a);\|MF_2\|=-(ey_0-a)$
渐近线	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$y=\pm\frac{a}{b}x$
实轴虚轴	$2a$叫做双曲线的实轴，a叫做实半轴长；$2b$叫做双曲线的虚轴，b叫做虚半轴长；	
离心率	$e=\frac{c}{a}\left(e>1,\text{其中}c^2=a^2+b^2\right)$	$e>1$,越大，e双曲线开口越大，e越小开口越小。

特别提示： 1.$2a=2c$时， M点的轨迹是两条射线； $2a>2c$时轨迹不存在； 2.双曲线焦点永远在实轴上；

3.等轴双曲线方程： $x^2-y^2=a^2$或$y^2-x^2=a^2$,其中 $e=\sqrt{2}$,渐近线 $y=\pm x$;4.共轭双曲线： $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$与$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$,

同渐近线，四个焦点共圆，且 $\frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}=1$;5.若直线与双曲线只有一个交点，则直线与双曲线相切或直线与渐近线平行。

圆锥曲线----抛物线

定　义	平面与定点F和一条定直线l的距离相等的点的轨迹叫做抛物线。即 $\lvert MF\rvert = d$			
标准方程	$y^2 = 2px(p>0)$	$y^2 = -2px(p>0)$	$x^2 = 2py(p>0)$	$x^2 = 2py(p>0)$
简　图				
焦　点	$\left(\frac{p}{2},0\right)$	$\left(-\frac{p}{2},0\right)$	$\left(0,\frac{p}{2}\right)$	$\left(0,-\frac{p}{2}\right)$
顶　点	$(0,0)$	$(0,0)$	$(0,0)$	$(0,0)$
准线方程	$x=-\frac{p}{2}$	$x=\frac{p}{2}$	$y=-\frac{p}{2}$	$y=\frac{p}{2}$
通径端点	$\left(\frac{p}{2},\pm p\right)$	$\left(-\frac{p}{2},\pm p\right)$	$\left(\pm p,\frac{p}{2}\right)$	$\left(\pm p,-\frac{p}{2}\right)$
对称轴	x轴	x轴	y轴	y轴
范　围	$x\ge 0, y\in R$	$x\le 0, y\in R$	$y\ge 0, x\in R$	$y\le 0, x\in R$
焦半径	$\lvert MF\rvert = x_0+\frac{p}{2}$	$\lvert MF\rvert = \frac{p}{2}-x_0$	$\lvert MF\rvert = y_0+\frac{p}{2}$	$\lvert MF\rvert = \frac{p}{2}-y_0$
离心率	$e=1$			

特别提示：1.抛物线定义中定点F不能在定直线l上，否则轨迹是过定点且垂直于l的直线；2.p的几何意义是焦点到准线的距离，p越大，抛物线开口越大；3.直线与抛物线只有一个公共点时，则直线与抛物线相切或直线与抛物线对称轴平行或重合。

考点十四 排列与组合（5分）

- **计数原理**
  - 两个原理
    - 分类加法计数原理：$N=m_1+m_2+\cdots+m_n$
    - 分步乘法计数原理：$N=m_1\bullet m_2\bullet\cdots\bullet m_n$
  - 排列
    - 选择排列公式：$A_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)=\dfrac{n!}{(n-m)!}$
    - 全排列公式：$A_n^n=n(n-1)(n-2)\cdots3\cdot2\cdot1=n!$　规定：$0!=1$
  - 组合
    - 组合数公式
      - 公式：$C_n^m=\dfrac{n!}{m!(n-m)!}=\dfrac{A_n^m}{A_m^m}$
      - 性质：两个性质：$C_n^m=C_n^{n-m}$；$C_{n+1}^m=C_n^m+C_n^{m-1}$
- **二项式定理**
  - 通项公式：$T_{r+1}=C_n^r a^{n-r}b^r$
  - 二项式系数性质
    - 距首末等距离的两项的二项式系数相等
    - $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n$；
      $C_n^1+C_n^3+C_n^5+\cdots=C_n^0+C_n^2+C_n^4+\cdots=2^{n-1}$.
- **推理与证明**
  - 推理
    - 合情推理
      - 类比推理
      - 归纳推理
      - 猜想
    - 演绎推理
      - 三段论：大前提、小前提、结论
  - 证明
    - 直接证明
      - 综合法：由因导果
      - 分析法：执果索因
    - 间接证明
      - 反证法：反设，证矛盾，下结论
    - 数学归纳法：验初值，证递推，结论

考点十五　概率与统计（17分）

概率与统计

- 概率
  - 概率的基本性质 → 互斥事件 → 对立事件 → 独立事件
    - 互斥事件：$P(A+B)=P(A)+P(B)$
    - 对立事件：$P(\overline{A})=1-P(A)$
    - 独立事件：$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$
    - n次独立重复试验恰好发生k次的概率：$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$
  - 古典概型
  - 条件概率：$P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$
  - 随机变量
    - 离散型随机变量的分布列
      - 期望、方差
      - 两点分布：$X\sim B(1,p)$；$E(x)=p$；$D(x)=p(1-p)$
      - 二项分布：$X\sim B(n,p)$；$E(x)=np$；$D(x)=np(1-p)$
      - 超几何分布：$P(X=k)=\dfrac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$；
    - $E(X)=\sum\limits_{i=1}^{n}x_i p_i$；
    - $D(X)=\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-EX)^2 p_i$.
    - 正态分布 → 密度曲线及 3σ 原则
    - 若$Y=aX+b$，则 $E(Y)=aE(X)+b$；$D(Y)=a^2D(X)$.
- 统计
  - 随机抽样
    - 简单随机抽样
      - 抽签法
      - 随机数表法
    - 系统抽样
    - 分层抽样
    - 共同特点：抽样过程中每个个体被抽到的可能性（概率）相等.
  - 用样本估计总体
    - 样本频率分布估计总体
      - 频率分布表和频率分布直方图
      - 总体密度曲线
      - 茎 叶 图
    - 样本数字特征估计总体
      - 期望、方差及标准差
      - 众数、中位数和平均数
  - 变量间的相关关系 → 两个变量的线性相关 → 散点图 → 线性回归
    - 线性回归方程：$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$；线性相关系数：$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$；
    - $r>0$时，两变量正相关，$r<0$，则负相关；$|r|$越接近1，线性相关越强，越接近0，则越弱.
  - 独立性检验

考点十六 复数（5分）

复数

- 复数的概念
  - 数系的扩充
  - 复数的分类
    - 实数
    - 虚数 → 纯虚数
    - 提示：虚数不能比较大小；
  - 复数相等
  - 共轭复数
  - 模$|z|=\sqrt{a^2+b^2}$
- 复数的运算
  - 复数的加法
  - 复数的减法
  - 复数的乘法
  - 复数的除法
  - 几何意义及性质应用
- 复数的向量表示
  - 复数$z=a+bi$ ⟷（一一对应）复平面内的点$Z(a,b)$
  - 复数$z=a+bi$ ⟷（一一对应）平面向量 $\overrightarrow{OZ}$
  - 复平面内的点$Z(a,b)$ ⟷（一一对应）平面向量 $\overrightarrow{OZ}$

共轭复数的性质：

设$z=a+bi$，$\bar{z}=a-bi(a，b\in R)$则

(1)$\bar{\bar{z}}=z$；

(2)$z=\bar{z}\Leftrightarrow z$为实数；

(3)$\bar{z}=-z$且$z\neq 0\Leftrightarrow z$为纯虚数；

(4)$z=\dfrac{1}{z}\Leftrightarrow |z|=1$；

(5)$\overline{Z_1\pm Z_2}=\bar{z}_1\pm\bar{z}_2$；

(6)$\overline{Z_1\cdot Z_2}=\bar{z}_1\cdot\bar{z}_2$；

(7)$\overline{\left(\dfrac{Z_1}{Z_2}\right)}=\dfrac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}(z_2\neq 0)$；

(8)z^n的共轭$=(\bar{z})^n(n\in N^*)$.

结论：(1)设$\omega=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$，则有$\omega^2=\varpi$，

$\omega^3=1$，$\omega\cdot\varpi=|\omega|^2=|\varpi|^2=1$,$1+\omega+\omega^2=0=\omega^n+\omega^{n+1}+\omega^{n+2}(n\in N)$;

(2)$(1\pm i)^2=\pm 2i$;$(1+i)(1-i)=2$;$\dfrac{1}{i}=-i$;$\dfrac{1}{1+i}=\dfrac{1-i}{2}$;$\dfrac{1+i}{1-i}=i$;$\dfrac{1-i}{1+i}=-i$;

(3)如果$n\in N^*$，有$i^{4n}=1$；$i^{4n+1}=i$；$i^{4n+2}=-1$；$i^{4n+3}=-i$；

(4)复平面内两点Z_1、Z_2间距离$d=|z_2-z_1|=|(x_2+y_2i)-(x_1+y_1i)|=|(x_2-x_1)+(y_2-y_1)i|$;

(5)圆的方程:$|z-z_0|=r(r>0)$;(6)线段EF中垂线方程:$|z-z_1|=|z-z_2|$;

(7)椭圆方程:$|z-z_1|+|z-z_2|=2a$;(8)双曲线方程:$\big||z-z_1|-|z-z_2|\big|=2a$.

复数模的运算性质：设z_1、$z_2\in C$有

(1)$\big||z_1|-|z_2|\big|\leq|z_1\pm z_2|\leq|z_1|+|z_2|$;

(2)$|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2|z_1|^2+2|z_2|^2$;

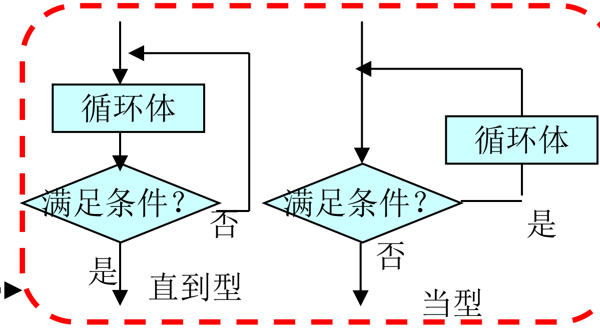
(3)$|z_1z_2|=|z_1||z_2|$;(4)$\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right|=\dfrac{|z_1|}{|z_2|}$;

(5)$|z^n|=|z|^n(n\in N^*)$;(6)$|z|^2=|\bar{z}|^2=z\cdot\bar{z}$.

考点十七　算法（5分）

算法

- 算法的概念 → 算法特征：概括性、逻辑性、有穷性、不唯一性、普遍性
- 算法的基本思想和程序框图
  - 程序框图
  - 算法的基本逻辑结构
    - 顺序结构
    - 条件结构
    - 循环结构



- 算法的概念
- 算法基本语句
  - 输入、输出语句 → INPUT“提示内容”；变量　PRINT“提示内容”；表达式
  - 赋值语句 → 变量=表达式
  - 条件语句 →

```
IF  条件  THEN
        语句体
END   IF
```

```
IF  条件   THEN
        语句体 1
ELSE
        语句体  2
END   IF
```

  - 循环语句 →

```
DO
   循环体
LOOP  UNTIL  条件
（直到型）
```

```
WHILE    条件
     循环体
WEND
     （当型）
```

- 算法案例
  - 辗转相除法与更相减损术 → 求最大公约数
  - 秦九韶算法 →
    $$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x^1+a_0$$
    $$=(\cdots((a_0x+a_{n-1})x+a_{n-2})x+\cdots+a_1)x+a_0$$
    求值时，从里到外计算：$v_1=a_nx+a_{n-1}$；
    $v_2=v_1x+a_{n-2}$; $v_3=v_2x+a_{n-3}\cdots v_n=v_{n-1}x+a_0$
  - 进位制

k进制化十进制：$a_na_{n-1}\cdots a_1a_{0(k)}=a_n\times k^{n-1}+a_{n-1}\times k^{n-2}+\cdots+a_1\times k+a_0$；
十进制化k进制：除k取余法。

考点十七　不等式（10分）

不等式

- 不等关系与不等式
  - 基本性质
  - 比较大小问题 → 作差或作商
  - 求解范围问题
- 一元二次不等式及其解法 → 借助二次函数图象，利用三个“二次”间的关系
- 二元一次不等式（组）与平面区域
- 简单的线性规划问题
  - 可行域
  - 目标函数
    - 一次函数$z=ax+b$ → 几何意义：z是直线$ax+by-z=0$在x轴截距的a倍，y轴上截距的b倍.
    - 构造斜率:$z=\dfrac{y-b}{x-a}$
    - 构造距离$z=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$
  - 应用题
- 基本不等式 $\sqrt{ab}\le\dfrac{a+b}{2}$
  - 最值 → 和为定值，积有最大值；积为定值，和有最小值.“一正二定三相等”
  - 变形 → $\dfrac{2ab}{a+b}\le\sqrt{ab}\le\dfrac{a+b}{2}\le\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$
- 解不等式
  - 一元一次:$ax>b$ → 分$a>0,a<0,a=0(b\ge0,b<0)$讨论
  - 一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0(a\ne0)$ → 分$a>0,a<0,\Delta>0,\Delta=0,\Delta<0$讨论
  - 一元高次不等式 $(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)>0(<0)$ → x系数化为正，“穿根法”，奇穿偶不穿
  - 分式不等式 → $\dfrac{f(x)}{g(x)}>0\Leftrightarrow f(x)\cdot g(x)>0;\dfrac{f(x)}{g(x)}\ge0\Leftrightarrow f(x)\cdot g(x)\ge0$且$g(x)\ne0$
  - 绝对值不等式 →
    - $|f(x)|<g(x)\Leftrightarrow -g(x)<f(x)<g(x)$
    - $|f(x)|>g(x)\Leftrightarrow f(x)>g(x)$或$f(x)<-g(x)$
    - $|f(x)|>|g(x)|\Leftrightarrow |f(x)|^2>|g(x)|^2$
    - 形如$|x-a|+|x-b|<c$，可分段讨论或用绝对值几何意义求解.
  - 指数对数不等式 → 利用性质转化为代数不等式，底数a的讨论
- 解不等式组