

仪征中学 2019 届数学一轮复习补偿训练(5) 10.15

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

1、若定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x)$ ，当 $x \in [0,1]$ 时， $f(x) = 2^x$ ，则 $f(\log_2 50)$ 的值为_____.

2、在三角形 ABC 中， $AB = BC$ ， $\cos B = -\frac{7}{18}$. 若以 A, B 为焦点的椭圆经过点 C ，则该椭圆的离心率为_____.

3、动直线 $y = k(x - \sqrt{2})$ 与曲线 $y = \sqrt{1-x^2}$ 相交于 A, B 两点， O 为坐标原点，当 $\triangle AOB$ 的面积取得最大值时， k 的值为_____.

4、已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点为 $F_1(-c, 0)$ ， $F_2(c, 0)$ ， P 为该椭圆上一点，且 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = c^2$ ，则此椭圆离心率的取值范围是_____.

5、 $f(x) = x^2 - 2x + 2 - 2^m x$ 在区间 $[2, 6]$ 上不单调，则 m 的取值范围是_____.

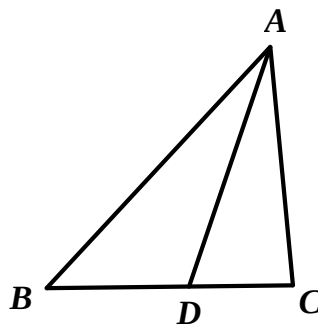
6、已知圆 $M: x^2 + (y-2)^2 = 1$ ， Q 是 x 轴上的动点， QA, QB 分别切圆 M 于点 A, B ，则直线 AB 过定点_____.

7、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $B = \frac{\pi}{4}$ ，角 A 的平分线 AD 交 BC 于点 D ，

设 $\angle BAD = \alpha$ ， $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求 $\sin \angle BAC$ 和 $\sin C$ ；

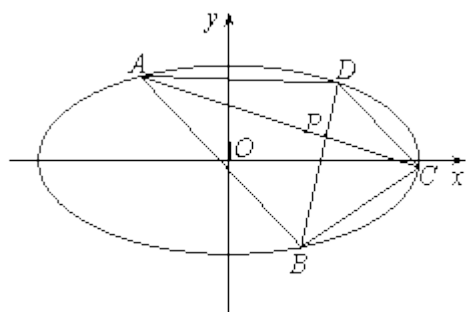
(2) 若 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 28$ ，求 AC 的长.



8、如图，在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，又椭圆内接四边形 $ABCD$ (点 A 、 B 、 C 、 D 在椭圆上) 的对角线 AC ， BD 相交于点 $P(1, \frac{1}{4})$ ，且 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PC}$ ， $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PD}$ 。

(1) 求椭圆的方程；

(2) 求直线 AB 的斜率。



1、 $\frac{32}{25}$ 2、 $\frac{3}{8}$ 3、 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 4、 $[\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$

5、 $(1, \log_2 12)$ 6、 $(0, \frac{3}{2})$

7、

(1) $\because \alpha \in (0, \frac{\pi}{2}), \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{1}{\sqrt{5}},$
 $\therefore \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{2}{\sqrt{5}}. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$
 则 $\sin \angle BAC = \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5}, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$
 $\therefore \cos \angle BAC = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \times \frac{4}{5} - 1 = \frac{3}{5}, \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$
 $\therefore \sin C = \sin[\pi - (\frac{\pi}{4} + 2\alpha)] = \sin(\frac{\pi}{4} + 2\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2\alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\alpha \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{7\sqrt{2}}{10}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$
 (2) 由正弦定理, 得 $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin \angle BAC},$ 即 $\frac{AB}{\frac{7\sqrt{2}}{10}} = \frac{BC}{\frac{4}{5}},$
 $\therefore AB = \frac{7\sqrt{2}}{8} BC. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$
 $\because \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 28, \therefore AB \cdot BC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 28.$
 由上两式得 $BC = 4\sqrt{2}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

又由 $\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin \angle BAC},$ 得 $\frac{AC}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{BC}{\frac{4}{5}},$
 $\therefore AC = 5. \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$

8、(1) 解: 依题意, $\begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \frac{1}{a^2} + \frac{3}{4b^2} = 1, \\ c^2 = a^2 - b^2. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a^2 = 4, \\ b^2 = 1. \end{cases}$

所求椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1.$

(2) 解: 设 $A(x_1, y_1),$ 则 $\frac{x_1^2}{4} + y_1^2 = 1.$

由 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PC}$, 得 $C\left(\frac{3-x_1}{2}, \frac{3-4y_1}{8}\right)$.

代入椭圆方程 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 得 $\frac{\left(\frac{3-x_1}{2}\right)^2}{4} + \left(\frac{3-4y_1}{8}\right)^2 = 1$.

整理, 得 $\frac{x_1^2}{4} + y_1^2 - \frac{3}{2}(x_1 + y_1) - \frac{19}{16} = 0$,

即 $x_1 + y_1 = -\frac{1}{8}$. ③

设 $B(x_2, y_2)$, 同理可得 $x_2 + y_2 = -\frac{1}{8}$. ④

③-④, 得 $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -1$, 即直线 AB 的斜率为 $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -1$.