

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第一学期高二数学期中复习 1

一、单选题

1. 直线 $y = 2x + 1$ 关于原点对称的直线方程是()
A. $y = 2x - 1$ B. $y = -2x - 1$ C. $y = -2x + 1$ D. $y = 2x$
2. 已知抛物线 $y^2 = 8x$ 第一象限上一点A到其焦点的距离为8, 则点A的纵坐标为()
A. $2\sqrt{4}$ B. 6 C. 4 D. $4\sqrt{3}$
3. 过点(0,2)与抛物线 $y^2 = 8x$ 只有一个公共点的直线有 ()
A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 无数条.
4. 顶点在坐标原点, 对称轴为坐标轴且经过点 $(-2,3)$ 的抛物线方程是()
A. $y^2 = \frac{9}{4}x$ B. $x^2 = \frac{4}{3}y$
C. $y^2 = -\frac{9}{4}x$ 或 $x^2 = -\frac{4}{3}y$ D. $y^2 = -\frac{9}{2}x$ 或 $x^2 = \frac{4}{3}y$
5. 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 以 F_1F_2 为直径的圆与双曲线右支的一个交点为P, 且 $|PF_2| = b$, 则该双曲线的离心率为()
A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
6. 若圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 与圆 $x^2 + y^2 + ay - 6 = 0$ 的公共弦长为 $2\sqrt{3}$, 则a的值为()
A. ± 2 B. 2 C. -2 D. 无解
7. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点弦被焦点分成长是m和n的两部分, 则m与n的关系是()
A. $m + n = mn$ B. $m + n = 4$ C. $mn = 4$ D. 无法确定
8. 古希腊数学家欧几里得在《几何原本》中描述了圆锥曲线的共性, 并给出了圆锥曲线的统一定义, 只可惜对这一定义欧几里得没有给出证明. 经过了500年, 到了3世纪, 希腊数学家帕普斯在他的著作《数学汇篇》中, 完善了欧几里得关于圆锥曲线的统一定义, 并对这一定义进行了证明. 他指出, 到定点的距离与到定直线的距离的比是常数e的点的轨迹叫做圆锥曲线; 当 $0 < e < 1$ 时, 轨迹为椭圆; 当 $e = 1$ 时, 轨迹为抛物线; 当 $e > 1$ 时, 轨迹为双曲线. 现有方程 $m(x^2 + y^2 + 2y + 1) = (x - 2y + 3)^2$ 表示的曲线是双曲线, 则m的取值范围为()
A. (0,1) B. (1, +∞) C. (0,5) D. (5, +∞)

二、多选题

9. 下列说法正确的有()

- A. 若直线 $y = kx + b$ 经过第一、二、四象限, 则 (k, b) 在第二象限
- B. 任何一条直线都有倾斜角, 都存在斜率
- C. 过点 $(2, -1)$ 斜率为 $-\sqrt{3}$ 的点斜式方程为 $y + 1 = -\sqrt{3}(x - 2)$
- D. 直线的斜率越大, 倾斜角越大

10. 下列叙述正确的是()

- A. 点 $P(m, 3)$ 在圆 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2$ 外
- B. 圆 $x^2 + y^2 = 1$ 在 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 处的切线方程为 $x + \sqrt{3}y = 2$
- C. 圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上有且仅有 3 个点到直线 $l: \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 1 = 0$ 的距离等于 $\frac{1}{2}$
- D. 曲线 $C_1: x^2 + y^2 + 2x = 0$ 与曲线 $C_2: x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$ 相切

11. 若方程 $\frac{x^2}{3-t} - \frac{y^2}{1-t} = 1$ 所表示的曲线为 C , 则下列命题正确的是()

- A. 若 C 为椭圆, 则 $1 < t < 3$
- B. 若 C 为双曲线, 则 $t > 3$ 或 $t < 1$
- C. 曲线 C 可能是圆
- D. 若 C 为焦点在 y 轴上的椭圆, 则 $1 < t < 2$

12. 以下是关于圆锥曲线的四个命题中真命题为()

- A. 设 A, B 为两个定点, k 为非零常数, 若 $|PA| - |PB| = k$, 则动点 P 的轨迹是双曲线;
- B. 方程 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 的两根可分别作为椭圆和双曲线的离心率;
- C. 双曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{35} + y^2 = 1$ 有相同的焦点;
- D. 以过抛物线的焦点的一条弦 PQ 为直径作圆, 则该圆与抛物线的准线相切

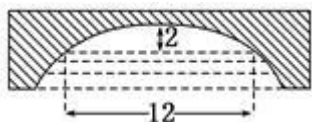
三、单空题

13. 过直线 $2x - y + 4 = 0$ 与 $x - y + 5 = 0$ 的交点, 且垂直于直线 $x - 2y = 0$ 的直线方程是_____.

14. 如果方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a-6} = 1$ 表示双曲线, 则实数 a 的取值范围是_____

15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 直线 $x = \frac{a}{2}$ 与 C 交于 A, B 两点, 若 $\angle AFB = 120^\circ$, 则椭圆 C 的离心率为_____.

16. 一座圆拱桥, 当水面在如图所示位置时, 拱顶离水面 2 米, 水面宽 12 米, 当水面下降 2 米后, 水面宽为_____米.



四、解答题

17. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标为 $A(1,1)$, $B(3,2)$, $C(5,4)$.

(1)求边 AB 上过点 C 的高所在直线的方程;

(2)若直线 l 与 AC 平行, 且在 x 轴上的截距比在 y 轴上的截距大 1, 求直线 l 与两条坐标轴围成的三角形的周长.

18. 已知圆 $C: x^2 + y^2 = 4$.

(1)求过点 $P(2,1)$ 且与圆 C 相切的直线方程;

(2)已知直线 $x - y - m = 0$ 被圆 C 截得的弦长为 $2\sqrt{2}$, 求实数 m 的值.

19. 已知圆 $C: (x+2)^2 + y^2 = 5$, 直线 $l: mx - y + 1 + 2m = 0, m \in \mathbb{R}$.

(1) 求证: 对 $m \in \mathbb{R}$, 直线 l 与圆 C 总有两个不同的交点 A, B ;

(2) 求弦 AB 的中点 M 的轨迹方程, 并说明其轨迹是什么曲线;

(3) 是否存在实数 m , 使得圆 C 上有四点到直线 l 的距离为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$? 若存在, 求出 m 的范围; 若不存在, 说明理由.

20. 如图, 抛物线 $E: y^2 = 2px$ 的焦点为 F , 四边形 $DFMN$ 是边长为 1 的正方形, 点 M 在抛物线 E 上, 过焦点 F 的直线交抛物线 E 于 A, B 两点(直线 l 不垂直于 x 轴), 交直线 ND 于第三象限的点 C .

(I) 求抛物线 E 的方程;

(II) 若直线 MA, MB, MC 的斜率分别记为 k_1, k_2, k_3 , 判断 $\frac{k_1+k_2}{k_3}$ 是否是定值? 若是, 求该定值; 若不是, 请说明理由.

