

21. [2017 全国 I 卷(理)-T13] 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的夹角为 60° , $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$, 则 $|\vec{a}+2\vec{b}|=2\sqrt{3}$.

【解答】解: 【解法一】 向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的夹角为 60° , 且 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$,

$$\therefore (\vec{a}+2\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 4\vec{a}\cdot\vec{b} + 4\vec{b}^2 = 2^2 + 4 \times 2 \times 1 \times \cos 60^\circ + 4 \times 1^2 = 12,$$

$$\therefore |\vec{a}+2\vec{b}| = 2\sqrt{3}.$$

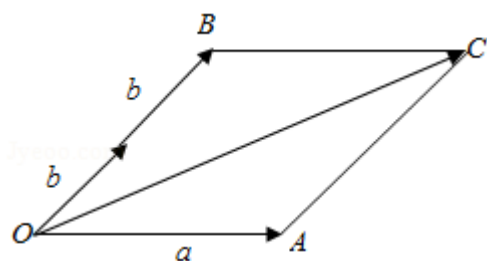
【解法二】 根据题意画出图形, 如图所示;

结合图形 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{a} + 2\vec{b}$;

在 $\triangle OAC$ 中, 由余弦定理得

$$|\overrightarrow{OC}| = \sqrt{2^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times 2 \times \cos 120^\circ} = 2\sqrt{3},$$

即 $|\vec{a}+2\vec{b}| = 2\sqrt{3}$. 故答案为: $2\sqrt{3}$.



22. [2017 全国 II 卷(理)-T14] 函数 $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \cos x - \frac{3}{4}$ ($x \in [0, \frac{\pi}{2}]$) 的最大值是 1 .

【解答】解: $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \cos x - \frac{3}{4} = 1 - \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x - \frac{3}{4}$,

令 $\cos x = t$ 且 $t \in [0, 1]$,

$$\text{则 } y = -t^2 + \sqrt{3}t + \frac{1}{4} = -(t - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + 1,$$

$$\text{当 } t = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 时, } f(t)_{\max} = 1,$$

即 $f(x)$ 的最大值为 1,

故答案为: 1

23. [2017 全国 I 卷(文)-T13] 已知向量 $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (m, 1)$, 若向量 $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 垂直, 则 $m = 7$.

【解答】解: $\because$ 向量 $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (m, 1)$, $\therefore \vec{a} + \vec{b} = (-1+m, 3)$,

$\therefore$ 向量 $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 垂直, $\therefore (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a} = (-1 + m) \times (-1) + 3 \times 2 = 0$,

解得 $m = 7$.

故答案为: 7.

24. [2017 全国 I 卷(文)-T15] 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\tan \alpha = 2$, 则 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \underline{\underline{\frac{3\sqrt{10}}{10}}}$.

【解答】解: $\because \alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\tan \alpha = 2$,

$$\therefore \sin \alpha = 2 \cos \alpha,$$

$$\therefore \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1,$$

$$\text{解得 } \sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{10},$$

$$\text{故答案为: } \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

25. [2017 全国 II 卷(文)-T13] 函数 $f(x) = 2 \cos x + \sin x$ 的最大值为 $\underline{\underline{\sqrt{5}}}$.

【解答】解: 函数 $f(x) = 2 \cos x + \sin x = \sqrt{5}(\frac{2\sqrt{5}}{5} \cos x + \frac{\sqrt{5}}{5} \sin x) = \sqrt{5} \sin(x + \theta)$, 其中 $\tan \theta = 2$,

可知函数的最大值为: $\sqrt{5}$.

故答案为: $\sqrt{5}$.

26. [2017 全国 II 卷(文)-T16] $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若

$$2b \cos B = a \cos C + c \cos A, \text{ 则 } B = \underline{\underline{\frac{\pi}{3}}}.$$

【解答】解: $\because 2b \cos B = a \cos C + c \cos A$, 由正弦定理可得,

$$2 \cos B \sin B = \sin A \cos C + \sin C \cos A = \sin(A + C) = \sin B,$$

$$\because \sin B \neq 0, \therefore \cos B = \frac{1}{2},$$

$$\because 0 < B < \pi, \therefore B = \frac{\pi}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\pi}{3}$$

27. [2017 全国 III 卷(文)-T13] 已知向量 $\vec{a} = (-2, 3)$, $\vec{b} = (3, m)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $m = \underline{\underline{2}}$.

【解答】解：∵向量 $\vec{a} = (-2, 3)$ ， $\vec{b} = (3, m)$ ，且 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，

$$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = -6 + 3m = 0,$$

解得 $m = 2$.

故答案为：2.

28. [2017 全国III卷(文)-T15] $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $C = 60^\circ$ ，

$$b = \sqrt{6}, c = 3, \text{ 则 } A = \underline{75^\circ}.$$

【解答】解：根据正弦定理可得 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ ， $C = 60^\circ$ ， $b = \sqrt{6}$ ， $c = 3$ ，

$$\therefore \sin B = \frac{\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\because b < c,$$

$$\therefore B = 45^\circ,$$

$$\therefore A = 180^\circ - B - C = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ,$$

故答案为： 75° .

29. [2018 全国II卷(理)-T15] 已知 $\sin \alpha + \cos \beta = 1$ ， $\cos \alpha + \sin \beta = 0$ ，则 $\alpha + \beta = \underline{-\frac{1}{2}}$.

【解答】解： $\sin \alpha + \cos \beta = 1$ ，

$$\text{两边平方可得：} \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta = 1, \quad ①,$$

$$\cos \alpha + \sin \beta = 0,$$

$$\text{两边平方可得：} \cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta = 0, \quad ②,$$

$$\text{由 } ① + ② \text{ 得：} 2 + 2(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) = 1, \text{ 即 } 2 + 2 \sin(\alpha + \beta) = 1,$$

$$\therefore 2 \sin(\alpha + \beta) = -1.$$

$$\therefore \sin(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{故答案为：} -\frac{1}{2}.$$

30. [2018 全国III卷(理)-T13] 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (2, -2)$ ， $\vec{c} = (1, \lambda)$ 。若 $\vec{c} \parallel (2\vec{a} + \vec{b})$ ，则

$$\lambda = \underline{-\frac{1}{2}}.$$

【答案】

解：∵ 向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (2, -2)$ ，

$$\therefore 2\vec{a} + \vec{b} = (4, 2)，$$

$$\because \vec{c} = (1, \lambda)，\vec{c} // (2\vec{a} + \vec{b})，$$

$$\therefore \frac{1}{4} = \frac{\lambda}{2}，$$

$$\text{解得 } \lambda = \frac{1}{2}。$$

故答案为： $\frac{1}{2}$ 。

31. [2018 全国III卷(理)-T15] 函数 $f(x) = \cos(3x + \frac{\pi}{6})$ 在 $[0, \pi]$ 的零点个数为 3。

【答案】

解：∵ $f(x) = \cos(3x + \frac{\pi}{6}) = 0$ ，

$$\therefore 3x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi，k \in Z，$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{9} + \frac{1}{3}k\pi，k \in Z，$$

$$\text{当 } k=0 \text{ 时， } x = \frac{\pi}{9}，$$

$$\text{当 } k=1 \text{ 时， } x = \frac{4}{9}\pi，$$

$$\text{当 } k=2 \text{ 时， } x = \frac{7}{9}\pi，$$

$$\text{当 } k=3 \text{ 时， } x = \frac{10}{9}\pi，$$

$$\because x \in [0, \pi]，$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{9}，\text{ 或 } x = \frac{4}{9}\pi，\text{ 或 } x = \frac{7}{9}\pi，$$

故零点的个数为 3，

故答案为： 3

32. [2018 全国 II 卷(文)-T15] 已知 $\tan(\alpha - \frac{5\pi}{4}) = \frac{1}{5}$ ，则 $\tan \alpha = \underline{-\frac{3}{2}}$ 。

【答案】

解：∵ $\tan(\alpha - \frac{5\pi}{4}) = \frac{1}{5}$ ，∴ $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{5}$ ，

$$\text{则 } \tan \alpha = \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{5} + 1}{1 - \frac{1}{5} \times 1} = \frac{1+5}{5-1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2},$$

故答案为: $\frac{3}{2}$.

33. [2016 全国 II 卷(理)-T13] $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\cos A = \frac{4}{5}$,

$$\cos C = \frac{5}{13}, a = 1, \text{ 则 } b = \frac{21}{13}.$$

【答案】

解: 由 $\cos A = \frac{4}{5}$, $\cos C = \frac{5}{13}$, 可得

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5},$$

$$\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = \frac{12}{13},$$

$$\sin B = \sin(A + C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C = \frac{3}{5} \times \frac{5}{13} + \frac{4}{5} \times \frac{12}{13} = \frac{63}{65},$$

$$\text{由正弦定理可得 } b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{1 \times \frac{63}{65}}{\frac{3}{5}} = \frac{21}{13}.$$

故答案为: $\frac{21}{13}$.

34. [2016 全国 III 卷(理)-T14] 函数 $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ 的图象可由函数 $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ 的图

象至少向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度得到.

【解答】解: $\because y = f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$,

$$\therefore f(x - \varphi) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3} - \varphi\right) (\varphi > 0),$$

$$\text{令 } 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3} - \varphi\right) = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right),$$

$$\text{则 } \frac{\pi}{3} - \varphi = 2k\pi - \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}), \text{ 即 } \varphi = \frac{2\pi}{3} - 2k\pi (k \in \mathbb{Z}),$$

$$\text{当 } k = 0 \text{ 时, 正数 } \varphi_{\min} = \frac{2\pi}{3},$$

故答案为: $\frac{2\pi}{3}$.

35. [2016 全国 I 卷(文)-T14] 已知 θ 是第四象限角, 且 $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{5}$, 则 $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) =$

$$-\frac{4}{3}.$$

【解答】解：∵ θ 是第四象限角，

$$\therefore -\frac{\pi}{2} + 2k\pi < \theta < 2k\pi, \text{ 则 } -\frac{\pi}{4} + 2k\pi < \theta + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z},$$

$$\text{又 } \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{5}, \therefore \cos(\theta + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{1 - \sin^2(\theta + \frac{\pi}{4})} = \sqrt{1 - (\frac{3}{5})^2} = \frac{4}{5}.$$

$$\therefore \cos(\frac{\pi}{4} - \theta) = \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{5}, \quad \sin(\frac{\pi}{4} - \theta) = \cos(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{4}{5}.$$

$$\text{则 } \tan(\theta - \frac{\pi}{4}) = -\tan(\frac{\pi}{4} - \theta) = -\frac{\sin(\frac{\pi}{4} - \theta)}{\cos(\frac{\pi}{4} - \theta)} = -\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}.$$

故答案为： $-\frac{4}{3}$.