

促进全面发展 落实评价体系 引领教学改革^①

——2019年高考数学全国卷试题评析

林运来

(福建省厦门大学附属实验中学 363123)

2012年,党的十八大报告把立德树人作为教育的根本任务,明确了教育的本质功能和真正价值.2014年《教育部关于全面深化课程改革,落实立德树人根本任务的意见》提出“研究制定学生发展核心素养体系和学业质量标准”.2016年,《中国学生发展核心素养》研究成果正式发布,提出了核心素养的总体框架和基本内涵.2017年普通高等学校招生全国统一考试大纲修订,积极探索构建“一核四层四翼”高考评价体系,全面对接基于核心素养培养的课程标准和高考综合改革.高考评价体系确立了高考中学科素养的考查目标,标志着中国高考正在实现从能力立意到素养导向的历史性转变.

习近平总书记在2018年全国教育大会上提出“努力构建德智体美劳全面培养的教育体系,形成更高水平的人才培养体系”要求.2019年高考数学命题全面贯彻党的教育方针和全国教育大会精神,依托高考评价体系,围绕高考核心功能,“突出数学学科特点,重点考查学生的理性思维能力以及综合运用数学思维方法分析问题、解决问题的能力”^[1],积极引导中学数学教学,促进学生核心素养的发展,最终达成德、智、体、美、劳全面发展的目标.命题者既命制了一份“立德树人、服务选拔、引导教学”的考卷,又提交了一份“为什么考、考什么、怎么考”的答卷,在数学教育、评价中落实立德树人的根本任务.

1 “五育”并举,促进全面发展

《左传》讲“太上有立德,其次有立功,其次有立言”,立德是最高境界.基础教育承载着以文

育人、以文培元的使命,在立德树人中发挥着关键作用.2019年高考数学全国卷试题围绕立德树人根本任务,“五育”并举,贯彻全面发展理念,精心撷取素材,助力体美劳教育,科学体现素质教育的全面育人理念,促进学生全面发展,激励他们身体力行.试题从关注知识到关注人,采用源于社会、源于生活的真实情境,让考生综合所学的科学技术以及数学知识解决问题,有助于激发学生学习兴趣、关注现实生活、领会创新精神,培养学生学习的主观能动性,从而树立积极投身国家和民族发展事业的责任感与使命感,进一步强化、凸显高考的思想教育和价值引领.

例1 为治疗某种疾病,研制了甲、乙两种新药,希望知道哪种新药更有效,为此进行动物实验,试验方案如下:每一轮选取两只白鼠对药效进行对比试验,对于两只白鼠,随机选一只施以甲药,另一只施以乙药.一轮的治疗结果得出后,再安排下一轮试验.当其中一种药治愈的白鼠比另一种药治愈的白鼠多4只时,就停止试验,并认为治愈只数多的药更有效.为了方便描述问题,约定:对于每轮试验,若施以甲药的白鼠治愈且施以乙药的白鼠未治愈则甲药得1分,乙药得-1分;若施以乙药的白鼠治愈且施以甲药的白鼠未治愈则乙药得1分,甲药得-1分;若都治愈或都未治愈则两种药均得0分.甲、乙两种药的治愈率分别记为 α 和 β ,一轮试验中甲药的得分记为 X .

(1)求 X 的分布列;

(2)若甲药、乙药试验开始时都赋予4分, p_i ($i=0,1,\dots,8$)表示“甲药的累计得分为 i 时,最

^① 基金项目:本文是福建省第三批高中数学课程基地校建设项目《“三教”教学培育数学核心素养的探索与实践》(课题编号: MJYKT2018-054)阶段性研究成果

终认为甲药比乙药更有效”的概率,则 $p_0=0$, $p_8=1$, $p_i=ap_{i-1}+bp_i+cp_{i+1}$ ($i=1,2,\dots,7$) 其中 $a=P(X=-1)$, $b=P(X=0)$, $c=P(X=1)$. 假设 $\alpha=0.5$, $\beta=0.8$.

(i) 证明: $\{p_{i+1}-p_i\}$ ($i=0,1,\dots,7$) 为等比数列;

(ii) 求 p_4 , 并根据 p_4 的值解释这种试验方案的合理性.

此题以“比较两种新药哪种更有效”为背景,将现实问题转化为数学问题,可谓匠心独具. 试题阅读量较大,综合性强,在统计与概率知识中融入数列知识,非常自然. 虽然计算难度大,但主要不是考数值计算的“工作量”,而是考查数列的基本概念和基本计算. 解答时要求学生根据生活化的实际场景,依靠科学的方法、科学的态度进行推理,并根据计算结果解释方案的合理性,“将学生的解题转化为解决问题,将做题转变为做人、做事”,有助于激发考生在今后的社会实践中应用数学工具和方法解决实际问题的热情,体现了“立德树人”的教育理念,也体现了数学的广泛应用性. 例 1 从立意和选材上引领学生关注社会现实和时代发展,在真实情境下解决问题. 如果学生平时只是“操练”课后习题,缺少对生活的观察、判断、分析,没有对数学知识的融会贯通,解题就会感到困难. 这也是考试要传递的信息:考生要有解决实际问题的能力,而不是只会“纸上谈兵”.

在体育运动中,无论是运动本身还是与运动有关的事都蕴含着许多数学原理^[2]. 理科 I 卷第 15 题、理科 II 卷第 18 题分别以非常普及的篮球运动和乒乓球运动创设问题情境,考查考生综合运用数学知识解决与比赛结果预估和比赛场次安排等体育问题,有助于考生“运用数学方法合理安排赛事,提升有志于从事体育事业学生的数学修养,增强理性思维能力”^[2],体现了对考生的体育教育.

例 2 古希腊时期,人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ($\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$, 称为黄金分割比例),著名的“断臂维纳斯”便是如



此. 此外,最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. 若某人满足上述两个黄金分割比例,且腿长为 105cm,头顶至脖子下端的长度为 26cm,则其身高可能是()

- A. 165cm B. 175cm
C. 185cm D. 190cm

数学可以刻画现实世界中的和谐美. 例如,人体结构、建筑物、国旗、绘画、优选法等美的共性与黄金分割相关^[2]. 例 2 以“断臂维纳斯”为背景精心创设问题情境探讨人体黄金分割之美,情境新颖,将美育教育融入数学之中,考查了学生数学阅读能力以及数学抽象、数学建模、数学推理等核心素养,体现了数学的美学价值,引导学生徜徉艺术经典,享受审美愉悦,体现了对考生的美育教育. 此题还是一道条件、算法和结论均开放的开放性问题,目的是考查数学探究、应用和创新的意识,体现了追求理解,追求探究,追求问题解决的价值取向.

“幸福都是奋斗出来的”. 劳动是人类生活的基础,是创造人类文化幸福的基础,恩格斯在《自然辩证法》中指出:“劳动是整个人类生活的第一基本条件……劳动创造了人本身”. 把我国建设成为社会主义现代化强国,实现中华民族的伟大复兴,需要一代又一代有志青年接续奋斗. 文、理科 III 卷第 16 题立足于中华民族热爱劳动的优秀文化基因,再现了学生到工厂劳动实践的场景,引导考生关注劳动、尊重劳动、参加劳动,体现了劳动教育的要求^[1].

2 多元考查,落实评价体系

2.1 强化素养导向

数学在形成人的理性思维、科学精神和促进个人智力发展的过程中发挥着不可替代的作用^[2]. 数学核心素养是数学素养中最基本、最重要的组成部分,它既制约课程主线,聚焦课程目标要求,也是学业质量要求的集中反映. 学科素养的考查要求学生能够在不同情境下综合利用所学知识和技能处理复杂任务,具有扎实的学科观念和宽阔的学科视野,并体现出自身的实践能力和创新精神^[3]. 数学学科素养尤其是数学核心素养的考查既是数学考试命题的总体目标,又是国家新课程标准的设计宗旨与评价依据,是评价考生学习

成果及公民素养的一个重要维度. 2019 年高考数学全国卷试题在考查数学基础知识和基本技能的基础上, 聚焦数学核心素养, 突出数学本质, 注重学生理性思维的考查, 对立德树人、引导教学有着不可估量的作用与意义.

例 3 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在球 O 的球面上, $PA=PB=PC$, $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形, E, F 分别是 PA, PB 的中点, $\angle CEF=90^\circ$, 则球 O 的体积为()

- A. $8\sqrt{6}\pi$ B. $4\sqrt{6}\pi$
C. $2\sqrt{6}\pi$ D. $\sqrt{6}\pi$

由 $\angle CEF=90^\circ$ 得 $PA=PB=PC=\sqrt{2}$ (数学运算), 注意到三棱锥 $P-ABC$ 各侧面均为等腰直角三角形 (直观想象), 把该三棱锥放到正方体中去考虑 (数学建模), 易知球 O 的直径为 $2R=\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{6}$, 于是球 O 的体积为 $\sqrt{6}\pi$ (数学运算), 应选 D.

发现三棱锥 $P-ABC$ 各侧面都是等腰直角三角形是优化解题路径的关键, 把三棱锥补形为正方体是基本思路, 试题考查考生运用观察、转化、化归的策略解决问题的能力, 突出考查考生的直观想象、数学抽象、数学建模等数学核心素养, 渗透了解题的哲学思想——普遍性都寓于特殊性之中, 发现了问题的特殊性, 就找到了问题的突破口.

再如, 理科 I 卷第 15 题、第 21 题, 文科 I 卷第 6 题、第 17 题, 理科 II 卷第 5 题、第 13 题、第 18 题, 文科 II 卷第 4 题、第 14 题、第 19 题等试题所设置的核心问题均源自真实的科研生产生活实践任务, 不仅需要考生熟悉统计图表、概率统计等相关知识, 同时也需要考生具有良好的知识迁移能力与数学建模素养与逻辑推理素养.

2.2 聚焦关键能力

关键能力是学科核心素养的重要载体, 学科关键能力的培养是形成学科核心素养至关重要的环节. “以能力立意”, 就是以数学知识为载体, 从问题入手, 把握学科的整体意义, 用统一的数学观点组织材料, 侧重体现对知识的理解和应用, 尤其是综合和灵活的应用, 以此来检测考生将知识迁移到不同情境中去的能力, 从而检测出考生个体理性思维的广度和深度以及进一步学习的潜能.

2019 年高考数学发挥各种题型的组合功能, 试题追求稳中求新, 拓展学生思维空间, 围绕空间想象、抽象概括、推理论证、运算求解、数据处理这五项数学基本能力, 适度考查将已有的知识和方法应用到新情境中解决问题的能力, 在知识网络的交汇处命题, 突出考查学生综合运用数学知识分析问题、解决问题的能力, 以形成对考生的科学评价与合理区分.

例 4 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数

$$\text{方程为} \begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \\ y = \frac{4t}{1+t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}). \text{以坐标原点 } O \text{ 为}$$

极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta + \sqrt{3}\rho\sin\theta + 11 = 0$.

(1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;

(2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值.

此题以坐标系与参数方程的基础知识为载体, 重点考查考生的理性思维和逻辑推理能力. 第 (1) 题, 由 $x = \rho\cos\theta, y = \rho\sin\theta$, 不难得出 l 的直角坐标方程, 难点在于通过“消参”求 C 的直角坐标方程. 化参数方程为普通方程时通常用“消去法”, 消去参数 t 的方法有时是从参数方程中的一个式子解出 t 代入另一个式子, 有时是利用三角、代数的恒等式进行加减消元^[3]. 突出考查了考生“能够在比较复杂的情境中把握事物 (x, y 与 t) 之间的关联, 把握事物发展的脉络 (代数等价变形); 形成重论据、有条理、合乎逻辑的思维品质和理性精神, 增强交流能力”.

思路 1: 构造一次式代入消元.

$$\text{因为 } x = \frac{1-t^2}{1+t^2} = -1 + \frac{2}{1+t^2},$$

$$\text{即 } x+1 = \frac{2}{1+t^2}, \text{ 所以 } \frac{y}{x+1} = 2t.$$

$$\text{代入 } y = \frac{4t}{1+t^2}, \text{ 得 } x+1 = \frac{2}{1 + \frac{y^2}{4(x+1)^2}},$$

$$\text{所以 } (x+1) \left[1 + \frac{y^2}{4(x+1)^2} \right] = 2,$$

$$\text{即 } x^2 + \frac{y^2}{4} = 1.$$

思路 2: 构造二次式代入消元.

$$\text{由 } x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \text{ 得 } (x+1)t^2 = 1-x,$$

易知 $x \neq -1$,

$$\text{所以 } t^2 = \frac{1-x}{x+1} = -1 + \frac{2}{x+1};$$

$$\text{又因为 } y = \frac{4t}{1+t^2},$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } y^2 &= \frac{16t^2}{(1+t^2)^2} = \frac{16(-1+\frac{2}{x+1})}{(\frac{2}{x+1})^2} \\ &= 4(x+1)^2(-1+\frac{2}{x+1}), \end{aligned}$$

$$\text{整理得 } x^2 + \frac{y^2}{4} = 1.$$

思路3:整体消元.

$$\text{当 } t \neq 0 \text{ 时, } \frac{x}{y} = \frac{1-t^2}{4t} = \frac{1}{4}(\frac{1}{t} - t),$$

$$\text{且 } \frac{1}{y} = \frac{1+t^2}{4t} = \frac{1}{4}(\frac{1}{t} + t),$$

$$\text{所以 } (\frac{1}{y})^2 - (\frac{x}{y})^2 = \frac{1}{16} \times 4 = \frac{1}{4},$$

$$\text{即 } x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 (y \neq 0).$$

当 $t=0$ 时, C 上的点 $(1,0)$ 也满足方程

$$x^2 + \frac{y^2}{4} = 1,$$

$$\text{所以 } C \text{ 的直角坐标方程为 } x^2 + \frac{y^2}{4} = 1.$$

思路4:平方消元.

$$\text{因为 } x^2 = (\frac{1-t^2}{1+t^2})^2 = \frac{1-2t^2+t^4}{1+2t^2+t^4}, \quad ①$$

$$\text{又 } y^2 = (\frac{4t}{1+t^2})^2 = \frac{16t^2}{1+2t^2+t^4},$$

$$\text{所以 } \frac{y^2}{4} = \frac{4t^2}{1+2t^2+t^4}. \quad ②$$

$$①+②, \text{得 } x^2 + \frac{y^2}{4} = 1.$$

思路5:三角换元.

设 $t = \tan \alpha$, 则

$$\begin{aligned} x &= \frac{1-t^2}{1+t^2} = \frac{1-\tan^2 \alpha}{1+\tan^2 \alpha} = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ &= \cos 2\alpha, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{4t}{1+t^2} = \frac{4 \tan \alpha}{1+\tan^2 \alpha} = 4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ &= 2 \sin 2\alpha, \end{aligned}$$

$$\text{所以 } x^2 + (\frac{y}{2})^2 = 1, \text{即 } C \text{ 的直角坐标方程为 } x^2 +$$

$$\frac{y^2}{4} = 1.$$

此题考查不同的解决问题的方法,考查学生多角度思考问题的能力.试题的多种解法,从不同角度入手,殊途同归,都圆满解决了问题,体现了“横看成岭侧成峰,远近高低各不同”的解题哲学,让人体会“解题岂一法,寻思求百通”的隽永意境.这也启示我们,高三数学复习教学要在注重常规复习的基础上,根据考查的要求及方向探索不同的教学角度,促进学生对知识的理解和掌握,培养学生从不同的角度思考解决问题的能力,从而提升数学核心素养.

2.3 立足必备知识

数学必备知识是学科理论的基本内容,是考查考生能力与素养的有效途径和载体,更是考生今后生活和学习的基础.数学基础知识是数学核心素养的外显表现,是发展数学核心素养的有效载体^[2].根据经济发展与合作组织(OECD)的界定,素养“不只是知识与能力,它还包括个体调动和利用种种心理社会资源(包括各种技能和态度),以满足在特定情境中复杂需要的能力.”可见,“活”的知识才是能力,“活”的能力才是素养.2019年高考数学“以学科知识为思维材料和操作对象”,试卷注重对高中基础内容的全面考查,集合、复数、常用逻辑用语、平面向量、二项式定理、排列组合等内容在选择题、填空题中得到有效考查,在此基础上,在解答题中重点考查函数与导数、概率统计、数列、立体几何、直线与圆锥曲线等主干内容.有助于引导中学教学重视教材内容的理解与掌握,夯实学科基础.我们要做的就是,在原有基础上,更加明确哪些教学内容是知识,其背后折射出怎样的素养,该如何在学生心中去“种植培养”.

3 总体稳定,引导教学改革

高考对高中乃至整个基础教育具有重要影响,客观上发挥着引导中学教学“一面旗”的作用(姜钢).2019年高考数学全国卷注重对学科主干知识的考查,在试卷结构和难度上与往年相比都保持相对稳定,同时也有一些新的变化,命题者根据不同地区考生的特点,合理调试试卷难度,在命题理念、考试内容、试题设计等方面有所变化.这些都是基于我国新一轮课程改革的现状——2018

年大多数省份从高一年级实行新的课程方案.从深层次来说,2019 年高考数学全国卷是为《普通高中数学课程标准(2017 年版)》的逐步实施作铺垫、作衔接、作过渡,起到了承前启后的作用,为新一轮高考数学不分文理科的改革进行积极的探索,“引导教学旗帜鲜明,深化改革新风扑面”.

3.1 理论联系实际,体现应用性

数学是自然科学的重要基础,并且在社会科学中发挥越来越大的作用,数学的应用已渗透到现代社会及人们日常生活的各个方面^[3].2019 年高考数学全国卷试题突出数学学科的应用性,所选情境或紧扣生产实践、生活实际,或涉及人类科学技术发展,无不与人的生存、发展息息相关.问题设计也突出强调应用与实践,希望考生不仅能将所学知识掌握、运用,而且能将解题转化为解决问题,进而发展并培养做人、做事的科学态度与社会责任.

例如,理科Ⅱ卷第 13 题以我国高铁列车的发展成果为背景、文科Ⅱ卷第 5 题以“一带一路”知识测验为情境进行设计^[1],代表不同时期的“中国速度”和“中国智慧”,展示了我国人民生活方式的大幅度转变和经济发展取得的成就,引导学生关注现实社会 and 经济发展,培养考生的社会责任感.理科Ⅲ卷第 3 题以学生阅读“四大名著”的调查数据为背景设计,情境贴近实际,为考生所熟悉,凸显数学学科的应用导向.

3.2 活学结合活用,体现创新性

创新是我国新阶段国家五大发展理念之一,是未来基础教育和选拔的重要方向.数学是培养理性思维的重要学科,对创新意识的考查是对高层次理性思维的考查.“知识就是力量,人才就是未来”,创新决胜未来.习近平总书记谈到培养创新型科技人才时指出,“创新的事业呼唤创新的人才”.基础教育不可能回避学生创造力培养的问题,高考数学中考查开放性、探究性等“着力激发创新活力”的试题,其背后是对多元创新人才的渴望,意在引导教学要重视提高学生思维的创新性、灵活性和发散性,为适应时代发展打下良好基础.

例如,理科Ⅱ卷第 4 题结合“嫦娥”四号实现人类历史首次月球背面软着陆的技术突破考查近似估算的能力,反映我国航天事业取得的成就,洋溢着“中国力量”.试题具有时代气息,容易激发学

生的兴趣和探究欲望,培养考生创新意识,自觉增强奋斗意识,在考查相关知识的同时,达到育人目的,既弘扬了科学精神,又传递了文化自信.文、理科Ⅱ卷第 16 题融入了中国悠久的金石文化,赋予“半正多面体”真实背景,通过创设新颖的设问方式(两问),构造有一定深度和广度的数学问题,体现了思维的发散性,考查考生的空间想象能力和数学运算等素养.

3.3 渗透数学文化,体现互补性

数学承载着思想和文化,是人类文明的重要组成部分^[2].数学不仅是一种精确的语言和工具、一门博大精深并应用广泛的科学,而且更是一种先进的文化^[5].《普通高中数学课程标准(2017 年版)》明确指出把数学文化融入数学学习内容中,充分体现数学文化价值,体现数学对于人类文明发展的贡献.2019 年高考数学全国卷试题从数学史、数学精神、数学应用等方面渗透数学文化,有效地考查学生的理性思维,凸显中国古代传统数学文化的精髓,而且在弘扬中国传统文化的同时,注意吸收世界数学文化的精华,中外互补(例如涉及古希腊人体黄金分割比例和我国《周易》中的“卦”),引导学生胸怀祖国,放眼世界.

例 5 我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化.每一“重卦”由从下到上排列的 6 个爻组成,爻分为阳爻“—”和阴爻“--”,右图就是一重卦,在所有重卦中随机取一重卦,则该重卦恰有 3 个阳爻的概率是()



- A. $\frac{5}{16}$ B. $\frac{11}{32}$ C. $\frac{21}{32}$ D. $\frac{11}{16}$

此题以我国古代典籍《周易》描述事物变化的“卦”为背景设置排列组合题.八卦图衍生自中国古代的《河图》与《洛书》,是二进制与电子计算机的古老始祖.试题体现了中国古代的哲学思想,有助于扩充考生的数学视野、启迪心智,进一步体会数学文化的应用价值.

4 结束语

中国学生发展核心素养,以培养“全面发展的人”为核心^[6].当前, (下转第 53 页)

$$\begin{aligned} &= \frac{abc(r_2r_3a+r_3r_1b+r_1r_2c)}{2S} \\ &= 2R(r_2r_3a+r_3r_1b+r_1r_2c), \end{aligned}$$

所以得到恒等式

$$ar_1R_1^2+br_2R_2^2+cr_3R_3^2=2R(r_2r_3a+r_3r_1b+r_1r_2c) \tag{6}$$

因为 $PD \perp BC, PE \perp AC, PF \perp AB$,
所以有 $\angle A + \angle EPF = \pi, \angle B + \angle DPF = \pi,$
 $\angle C + \angle DPE = \pi,$
结合正弦定理以及三角形面积公式可得

$$\begin{aligned} &2R(r_2r_3a+r_3r_1b+r_1r_2c) \\ &= 2R(2r_2r_3R\sin A+2r_3r_1R\sin B+r_1r_2R\sin C) \\ &= 4R^2(r_2r_3\sin A+r_3r_1\sin B+r_1r_2\sin C) \\ &= 4R^2(r_2r_3\sin \angle EPF+r_3r_1\sin \angle DPF+ \\ &\quad r_1r_2\sin \angle DPE) \\ &= 4R^2(2S_{\triangle EPF}+2S_{\triangle DPF}+2S_{\triangle DPE}) \\ &= 8R^2S_{\triangle DEF}, \end{aligned}$$

所以得到

$$2R(r_2r_3a+r_3r_1b+r_1r_2c)=8R^2S_{\triangle DEF} \tag{7}$$

所以由恒等式(6)(7)可得

$$ar_1R_1^2+br_2R_2^2+cr_3R_3^2=8R^2S_{\triangle DEF} \tag{8}$$

因此,由柯西不等式、幂平均不等式、恒等式(8)以及引理 2 可得

$$\begin{aligned} \frac{S_1^n}{R_1^m}+\frac{S_2^n}{R_2^m}+\frac{S_3^n}{R_3^m} &= \frac{S_1^{n+1}}{S_1R_1^2}+\frac{S_2^{n+1}}{S_2R_2^2}+\frac{S_3^{n+1}}{S_3R_3^2} \\ &\geq \frac{(S_1^{\frac{n+1}{2}}+S_2^{\frac{n+1}{2}}+S_3^{\frac{n+1}{2}})^2}{S_1R_1^2+S_2R_2^2+S_3R_3^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\geq \frac{[3^{\frac{1-n}{2}}(S_1+S_2+S_3)^{\frac{n+1}{2}}]^2}{S_1R_1^2+S_2R_2^2+S_3R_3^2} \\ &= \frac{3^{1-n}(S_1+S_2+S_3)^{n+1}}{\frac{1}{2}ar_1R_1^2+\frac{1}{2}ar_1R_2^2+\frac{1}{2}ar_1R_3^2} \\ &= \frac{3^{1-n}S^{n+1}}{4R^2S_{\triangle DEF}} \\ &= \frac{3^{1-n}S^{n+1}}{|R^2-OP^2|\times S} \\ &= \frac{3^{1-n}S^n}{|R^2-OP^2|}, \end{aligned}$$

结论 3 得证.

4 猜想部分

在结论 2 中,分母的次数是 2 次,如果将 2 次换成任意正整数次,结论是否还成立,关于结论 2,我们提出了如下猜想.

猜想 P 是 $\triangle ABC$ 内任意一点, S_1, S_2, S_3 分别表示 $\triangle PBC, \triangle PAC, \triangle PAB$ 的面积,自然数 $n \geq 1, m \geq 1$, 则有

$$\frac{S_1^n}{R_1^m}+\frac{S_2^n}{R_2^m}+\frac{S_3^n}{R_3^m} \geq \frac{3^{1-n}S^n}{R^m}.$$

参考文献

[1] M. S. Klamkin. Geometric Inequalities via the Polar Moment of Inertia[J]. Math. Mag. 1975(48), 44~46
[2] 匡继昌. 常用不等式(第四版)[M]. 济南: 山东科学技术出版社, 2010: 284

(上接第 47 页)

我国基础教育课程改革正处于以“立德树人”为宗旨,以发展学生“核心素养”为目标,以实现课堂教学转型为重点的“再出发”阶段,与新时代背景相适应的高中数学教学的中心问题是如何将数学核心素养落实于课堂,落实在考试评价中. 2019 年高考数学全国卷贯彻新高考改革的有关要求,把“立德树人,人才选拔,教学导向,促进学生健康成长和综合素质提高”作为命题的出发点和落脚点,试题涉及的学科知识全面,内容丰富,体现了数学的科学价值和理性价值,从根本上体现了素质教育的要求,无论从考试的选拔性功能,还是对中学教学的引导作用来看,都是出色的试卷.

参考文献

[1] 刘博智,柯进,王玉凤,董鲁皖龙. 强调数学应用,考查关键能力——教育部考试中心命题专家解析 2019 年高考数学试题[N]. 中国教育报, 2019-6-8(4)
[2] 中华人民共和国教育部制定. 普通高中数学课程标准(2017 年版)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2018
[3] 任子期,陈昂,赵轩. 数学核心素养评价研究[J]. 课程·教材·教法, 2018(5): 116-121
[4] 刘伟伟. 参数方程和极坐标方程[M]. 上海: 上海教育出版社, 2000
[5] 李大潜. 漫话 e[M]. 北京: 高等教育出版社, 2009
[6] 林崇德. 21 世纪学生发展核心素养研究[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2016