

江苏省仪征中学 2019—2020 学年度第一学期高三数学基础小练 7

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 评价_____

一、填空题.

1. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, a^2 + 3\}$, 若 $A \cap B = \{1\}$, 则实数 a 的值为_____.

2. 设复数 z 满足 $z(1+i) = 2$, 其中 i 为虚数单位, 则 z 的虚部为_____.

3. 幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $(4, 2)$, 则 $f(2) =$ _____.

4. 函数 $f(x) = \sin(-2x)$ 的单调增区间是_____.

5. 若 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\alpha = -\frac{4\sqrt{3}}{5}$ ($-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$), 则 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) =$ _____.

6. 已知扇形的圆心角为 $\frac{\pi}{3}$, 半径为 2, 则该扇形的面积为_____.

7. 函数 $f(x) = x^3 - ax^2 - bx + a^2$ 在 $x = 1$ 处有极值 10, 则 a, b 的值分别为_____.

8. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}x & x \geq 0 \\ \frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(a) = a$, 则实数 a 的值是_____.

9. 下列说法中, 所有正确说法的序号是_____.

①终边落在 y 轴上的角的集合是 $\{\alpha \mid \alpha = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$;

②函数 $y = 2\cos(x - \frac{\pi}{4})$ 图象的一个对称中心是 $(\frac{3\pi}{4}, 0)$;

③函数 $y = \tan x$ 在第一象限是增函数;

④为了得到函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象, 只需把函数 $y = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度.

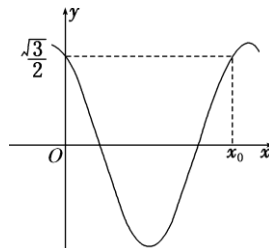
10. 若函数 $f(x) = \log_a(-x^2 + ax - 1)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 有最大值, 则实数 a 的取值范围是_____.

二. 解答题.

11. 函数 $f(x) = \cos(\pi x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.

(1) 求 φ 及图中 x_0 的值;

(2) 设 $g(x) = f(x) + f(x + \frac{1}{3})$, 求函数 $g(x)$ 在区间 $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}]$ 上的最值.



12. 某生产饮品的企业拟投入适当的广告费对产品进行促销, 在一年内, 预计年销量 Q (万件) 与广告费 x (万元) 之间的函数关系为 $Q = \frac{3x+1}{x+1}$ ($x \geq 0$), 已知生产此产品的年固定投入为 3 万元, 每生产 1 万件此产品需再投入 32 万元, 若每件售价为年平均每件成本的 150% 与平均每件所占广告费的 50% 之和.

(1) 试将利润 y (万元) 表示为年广告费 x (万元) 的函数, 如果年广告费投入 100 万元, 企业是亏损还是盈利?

(2) 当年广告费投入多少万元时, 企业年利润最大?