

江苏省仪征中学 2020 届高三年级第一学期 B 版午间 “3+1” (31)

2019 年 11 月 22

班级_____姓名_____学号_____评价_____

请将填空题答案填在横线上，并将每个题目的解答过程写在题目下方。

1. 已知 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = 3, \tan \beta = 2$ ，则 $\tan(\alpha - \beta) =$ _____.

2. 已知函数 $f(x) = x + a \sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增，则实数 a 的取值范围是_____.

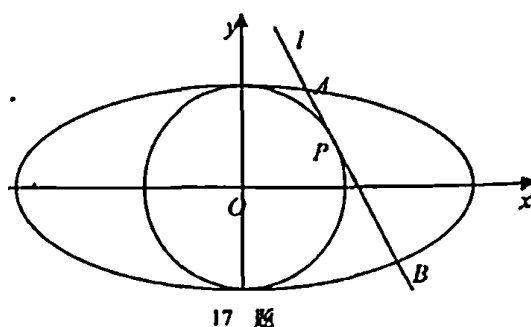
3. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ ，直线 $l: 4x - 3y + 15 = 0$ 与圆 C 相交于 A、B 两点，D 为圆 C 上异于 A、B 两点的任一点，则 $\triangle ABD$ 面积的最大值为_____.

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一条准线方程为

$x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，右焦点 $F(\sqrt{3}, 0)$ ，圆 $O: x^2 + y^2 = b^2$ ，直线 l 与圆 O 相切于第一象限

内的点 P 且与椭圆相交于 A、B 两点. (1) 求椭圆 C 的标准方程；(2) 若

$\triangle OAB$ 的面积为 $\frac{2\sqrt{6}}{7}$ ，求直线 l 的斜率。



江苏省仪征中学 2020 届高三年级第一学期 B 版午间 “3+1” (31)
2019 年 11 月 22

1. $-\frac{3}{4}$
2. $[-1,1]$
3. 27
- 4.

17.解: (1) 椭圆的准线方程为 $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, 右焦点为 $(\sqrt{3}, 0)$

$$\therefore \begin{cases} \frac{a^2}{c} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \\ c = \sqrt{3} \end{cases}, \therefore a = 2, \because a^2 = b^2 + c^2, \therefore b = 1$$

$\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$3 分

(3) 直线 l 与圆 O 相切与第一象限内的点 P , $\therefore OP \perp AB$, 且直线 AB 的斜率 $k < 0$.

$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |OP| = \frac{2\sqrt{6}}{7}, \because |OP| = 1, \therefore |AB| = \frac{4\sqrt{6}}{7}.$$

设直线 l 的方程为 $y = kx + m$, $k < 0$, $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

$\because$ 直线 l 与圆 O 相切, $\therefore d = \frac{|m|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 1, \therefore m^2 = k^2 + 1$,5 分

$$\text{由 } \begin{cases} y = kx + m \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases} \text{ 得 } (4k^2 + 1)x^2 + 8kmx + 4m^2 - 4 = 0$$

$$\therefore \begin{cases} \Delta = 64k^2m^2 - 4(4k^2 + 1)(4m^2 - 4) > 0 \\ x_1 + x_2 = -\frac{8km}{4k^2 + 1} \\ x_1x_2 = \frac{4m^2 - 4}{4k^2 + 1} \end{cases} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} \therefore |AB| &= \sqrt{1+k^2} |x_1 - x_2| = \sqrt{1+k^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} \\ &= \sqrt{1+k^2} \sqrt{\left(-\frac{8km}{4k^2+1}\right)^2 - 4 \cdot \frac{4m^2-4}{4k^2+1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore |AB| &= \sqrt{1+k^2} |x_1 - x_2| = \sqrt{1+k^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} \\ &= \sqrt{1+k^2} \sqrt{\left(-\frac{8km}{4k^2+1}\right)^2 - 4 \cdot \frac{4m^2-4}{4k^2+1}}\end{aligned}$$

$$\because m^2 = k^2 + 1$$

$$\therefore |AB| = \frac{4\sqrt{3}|k|}{4k^2+1} \cdot \sqrt{k^2+1} = \frac{4\sqrt{6}}{7}$$

$$\text{化简得 } 17k^4 + 33k^2 - 2 = 0$$

$$\therefore k^2 = -2 \text{ 或 } \frac{1}{17} \quad (k^2 = -2 \text{ 舍去}) \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

$$\because k < 0, \therefore k = -\frac{\sqrt{17}}{17}, \quad \dots\dots\dots 14$$