

江苏省仪征中学 2019-2020 学年度第二学期数学

3 月 5 日作业

- 下列求导运算正确的是()
 A. $(\cos x)' = \sin x$
 B. $(3^x)' = 3^x \log_3 e$
 C. $(\lg x)' = \frac{1}{x \ln 10}$
 D. $(x^2 \cos x)' = -2x \sin x$
- 已知点 $A(1, y_0)$ ($y_0 > 0$) 为抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上一点, 若点 A 到该抛物线焦点的距离为 3, 则 $y_0 =$ ()
 A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4
- 已知复数 $z = \frac{2+i}{1-i}$ (i 为虚数单位), 那么 z 的共轭复数为()
 A. $\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$ B. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ C. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ D. $\frac{3}{2} - \frac{3}{2}i$
- 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x=1$ 处有极值 10, 则 $f(2)$ 等于()
 A. 1 B. 2 C. -2 D. -1
- i 为虚数单位, 则 $(\frac{1+i}{1-i})^{2016} =$ ()
 A. $-i$ B. -1 C. i D. 1
- 设 i 为虚数单位, $m \in R$, “复数 $m(m-1) + i$ 是纯虚数” 是 “ $m=1$ ” 的()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
- 已知函数 $f(x) = x - 1 - \ln x$, 对定义域内任意 x 都有 $f(x) \geq kx - 2$, 则实数 k 的取值范围是()
 A. $(-\infty, 1 - \frac{1}{e^2}]$ B. $(-\infty, -\frac{1}{e^2}]$ C. $[-\frac{1}{e^2}, +\infty)$ D. $[1 - \frac{1}{e^2}, +\infty)$
- 设函数 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x)$ ($x \in R$) 的导函数, $f(-1) = 0$, 当 $x > 0$ 时, $xf'(x) - f(x) > 0$, 则使得 $f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是()
 A. $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ B. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$
 C. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ D. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
- i 表示虚数单位, 则 $1 + i + i^2 + \dots + i^{2005} =$ _____ .
- 设一辆汽车在公路上做加速直线运动, 假设 t 秒时的速度为 $v(t) = 3t^2 - 1$ 米/秒, 则在 2 秒时加速度为_____ 米/秒².
- 已知函数 $f(x) = a^x + x^2 - x \ln a$, 对任意的 $x_1, x_2 \in [0, 1]$, 不等式 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq a - 1$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为_____.

12. 已知函数 $f(x) = x + \frac{9}{x-3} (x > 3)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小值. (2) 若不等式 $f(x) \geq t^2 - t + 7$ 恒成立, 求实数 t 的取值范围.

13. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + 3^2a_3 + \cdots + 3^{n-1}a_n = \frac{n}{3} (n \in N^*)$.

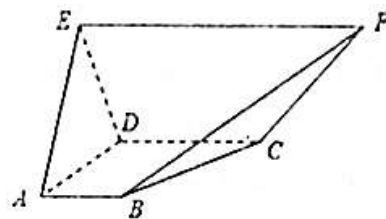
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 设 $b_n = \frac{n}{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

14. 已知函数 $f(x) = x^2 + a \ln x$.

(I) 当 $a = -2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值;

(II) 若 $g(x) = f(x) + \frac{2}{x}$ 在 $[1, +\infty)$ 上是单调增函数, 求实数 a 的取值范围.

15. 在如图所示的五面体中, 面 $ABCD$ 为直角梯形, $\angle BAD = \angle ADC = \frac{\pi}{2}$, 平面 $ADE \perp$ 平面 $ABCD$, $EF = 2DC = 4AB = 4$, $\triangle ADE$ 是边长为 2 的正三角形.
 (I) 证明: $BE \perp$ 平面 ACF ; (II) 求二面角 $A - BC - F$ 的余弦值.



16. 如图, 设椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 长轴的右端点与抛物线 $C_2: y^2 = 8x$ 的焦点 F 重合, 且椭圆 C_1 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C_1 的标准方程;

(2) 过 F 作直线 l 交抛物线 C_2 于 A, B 两点, 过 F 且与直线 l 垂直的直线交椭圆 C_1 于另一点 C , 求 $\triangle ABC$ 面积的最小值, 以及取到最小值时直线 l 的方程.

