

构造法在高中数学解题中的应用研究

李继贤

(甘肃省静宁县仁大中学 743411)

摘要:高中数学的课堂教学中,需尽量使学生能够更好的分析以及解决相关数学题,并在学习中,通过科学解题法的运用,实现解题速率以及正确率的提高.而构造法的运用,则能使实现高效解题.基于此,本文主要对高中数学的解题中构造法的应用作用与策略实施探究.

关键词:高中数学;教学;解题;构造法;应用

中图分类号:G632

文献标识码:A

文章编号:1008-0333(2021)30-0020-02

高中数学的解题中,大多数学生的解题思路都是由题目当中的条件至结论实施定向思考,但部分数学问题通过该思路进行解题是较为困难的.而构造法的运用,学生就能够通过构造方程、构造数列等各种方式解决数学问题,则能实现高效解题.因此,数学教师在解题教学时,需将构造法的有关知识讲解给学生,以促使学生能够更好的理解与应用构造法解决数学问题.与此同时,数学教师需注重典型例题、训练题的精讲,以促使学生通过听课以及习题训练,充分了解到构造法的应用技巧,并能够在数学解题中灵活应用构造法,从而实现高效解题.

一、构造法在高中数学解题中的作用

首先,有助于学生的解题能力提高.构造法作为一种数学解题的方法,对于学生而言,其充分掌握构造法,自然能促进自身解题能力的提高,特别是高中数学的解题,学生面临着指数函数、三角函数、对数函数等数学难题,怎样在较短的时间中获得解题思路则成了解题的重中之重,而通过构造法的运用,不仅能够使学生把未知转变成已知,而且还能将数学题干当中的隐藏条件转变为可视化,以充分调动学生自身的解题积极性,并消除学生对于数学题解答的畏难情绪.对于大多数高中生而言,其理论知识都较为夯实,只是对于数学题的解答思路与解答思维相对薄弱,此时,数学教师就需在此基础上,强

化学生解题思路以及解题能力的锻炼,增强训练维度,从而使学生充分掌握相关解题方法.

其次,有助于学生的思维能力提高.数学学科作为对学生的思维能力有着较高要求的一门课程,学生在数学知识的学习中,不仅要用到口与手,还需有思维意识.而学生经过对构造法进行学习,就能形成相应的构造思维,并在归纳、类比、转化等各种数学思想的影响下,构建数学模型,从而使学生实现更好的解题.

再次,有助于学生的联想能力提高.高中数学的解题中应用构造法的基础就是要求学生具有相应的联想能力,经过联想才能使未知与已知的知识进行构造转化,并经过构造法解决数学题,促进学生自身的联想能力提高.基于此,高中数学的解题教学当中,数学教师可引导学生经过联想,对已知的解题思路以及方案实施验证,并对学生自身的创新能力实施培养,从而使学生的联想力得到有效提高.

最后,有助于学生的知识转化能力提高.高中数学的知识点通常有许多,大部分学生在具体学习时,会将各个知识点实施分割学习,却忽略了许多知识点之间的关联,这就会使学生在具体学习数学知识时,缺乏完整性.而通过构造法的应用,不仅能够使学生学会对各知识点实施有效转化,而且还能在具体解题中,促使学生通过构造法实现代数问题、几何问题、函数问题的有效解决,并促使学生学会对数学知识进行转化.

收稿日期:2021-07-25

作者简介:李继贤(1981.5-),男,甘肃省静宁人,本科,中学一级教师,从事高中数学教学研究.

二、构造法在高中数学解题中的应用

1. 基于构造法的方程解题

高中数学的解题中,通常需应用构造法进行一元二次方程的构造,经过方程根和系数之间的关系与 Δ 进行求解.想要使学生可以更好的实现方程构造,在具体教学时,首先,数学教师需对构造方程式的注意事项进行讲解,也就是认真读题,依据题干构建出方程和已知条件之间的桥梁,而不是盲目构造.其次,注重例题的优化选择,通过板书写出构造方程进行解题的整个步骤,引导学生进行认真体会,以便于学生更好的理解与吸收解题步骤与方法.

例如,已知 $16\cos C + 4\sin B + \tan A = 0$, $\sin^2 B = 4\cos C \tan A$, 当中 $\cos C \neq 0$, 求取 $\cos C / \tan A$ 的值.

解析 本题主要给出了两个等式,学生直接进行求解的难度通常比较大,大部分学生都布置怎样入手.教师则可指导学生对两个等式进行认真观察,找出两等式之间的关系,并通过构造方程进行解题.

解答 根据 $16\cos C + 4\sin B + \tan A = 0$, 假设 $4 = t$, 则能够构造出一元二次的方程,即 $(\cos C)t^2 + (\sin B)t + \tan A = 0$, 而 $\Delta = \sin^2 B - 4\cos C \tan A$, 又可知 $\sin^2 B = 4\cos C \tan A$, 因此, $\Delta = 0$. 那么,关于 t 的一元二次的方程具有两个实数根且相等,也就是 $t_1 = t_2 = 4$, 根据根和系数之间的关系可知: $\tan A / \cos C = t_1 \cdot t_2 = 16$, 那么 $\tan A \neq 0$, $\cos C / \tan A = 1/16$.

2. 基于构造法的函数解题

高考中构造函数通常是极为常见的,通常运用于大题或者难度较高问题的解答中.在高中数学的解题教学中,首先,教师需将构造函数的方式与技巧讲解给学生,如两个函数,可经过作差的形式进行新函数构造,并通过导数知识实施讨论.其次,数学教师可选择具备代表性的数学题,对学生实施训练,以促使学生通过训练充分掌握函数构造的解题步骤以及方法,并实现解题最优化.

例如,已知函数 $f(x) = x^2 + 4x + 2$, $g(x) = e^x(2x + 2)$, 如果 $x \geq -2$, 那么 $f(x) \leq kg(x)$, 求取 k 值的具体取值范围.

解析 本题的题目中涉及到两个函数,而给出了 $f(x) \leq kg(x)$ 的条件,此时,就能通过构造函数的方法进行解题.

解答 根据已知的条件进行构造函数,即 $F(x) = kg(x) - f(x) = 2ke^x(x+1) - x^2 - 4x - 2$. 那么, $F'(x) =$

$2ke^x(x+2) - 2x - 4 = 2(x+2)(ke^x - 1)$. 根据题设可得: $F(0) \geq 0, F(-2) \geq 0$, 由此可得: $1 \leq k \leq e^2$. 若 $F'(x) = 0$, 可得: $x_1 = -\ln k, x_2 = -2$.

若 $1 \leq k < e^2$ 的时候, $-2 < x_1 < 0$, 那么,当 $x \in (-2, x_1)$ 的时候, $F'(x) < 0$; 当 $x \in (x_1, +\infty)$ 的时候, $F'(x) > 0$. 因此,位于 $(-2, x_1)$ 的时候, $F(x)$ 呈单调递减,位于 $(x_1, +\infty)$ 的时候, $F(x)$ 呈单调递增. 由此可知, $[-2, +\infty)$ 上的最小值是 $F(x_1) = -x_1(x_1 + 2) \geq 0$, 因此,若 $x \geq -2$ 的时候, $F(x) \geq 0$, 那么 $f(x) \leq kg(x)$ 成立.

若 $k = e^2$ 的时候, $F'(x) = 2e^2(x+2)(e^x - e^{-2})$, 在 $x > -2$ 的时候, $F'(x) > 0$, 也就是 $F(x)$ 位于 $(-2, +\infty)$ 呈单调递增,而 $F(-2) = 0$, 即若 $x \geq -2$ 的时候, $F(x) \geq 0$, 那么 $f(x) \leq kg(x)$ 成立.

根据上述可得, k 取值范围是 $[1, e^2]$.

3. 基于构造法的解析式解题

解析式的构造法运用可通过完成相应的关系进行合理构建,以实现数学题的高效解答.在数学题的解答中,可通过相应的关系式,促进学生自身的解题思维简化,并以解析式构造,通过相关模型进行完成,其主要是经过实际性数学问题具备的特征,对适当关系进行合理构建,并构建出对应关系式,促使原先的数学题干的信息实施简化,从而使数学题的解答速率以及正确率得到有效提高.

综上所述,高中阶段的数学教学中,想要使学生更好的学习数学知识,教师则可通过构造法引导学生解决数学问题,依据数学题的内容,把复杂的问题转化成形象、直观的数学问题进行求解,以促使学生解题积极性得以提高的同时,实现解题速率的提高,从而使学生的数学解题能力、思维能力、创新能力得到有效提高,最终实现高效解题.

参考文献:

- [1] 夏碧芳. 解析构造法在高中数学解题中的运用[J]. 数理化解题研究, 2020(01): 64-65.
- [2] 徐彩云. 浅谈构造法在高中数学解题中的应用[J]. 中学课程辅导(教学研究), 2020, 14(03): 37.
- [3] 葛芬萍. 构造法用于高中数学解题中的有效途径[J]. 新课程(教师版), 2019(03): 73.
- [4] 周树. 构造法在高中数学解题中运用的分析及研究[J]. 中学课程辅导(教学研究), 2019, 13(34): 119.

[责任编辑:李璟]