

期末综合小练 (3)

1. 填表:

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$					

2. 角 α 的终边经过点 $(2, -1)$, 则 $\sin\alpha + \cos\alpha$ 的值为()

A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

3. 已知扇形的半径为 2, 面积为 4, 则这个扇形圆心角的弧度数为()

A. $\sqrt{3}$

B. $2\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{2}$

D. 2

4. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$), 其图像相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 当 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最大值 2.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若将 $f(x)$ 的图像上每一点的横坐标变为原来的两倍(纵坐标不变), 得到函数 $g(x)$ 的图像, 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, 求函数 $g(x)$ 的值域.

期末综合小练 (3) 参考答案

1. 略

2. D

3. D

4. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$), 其图像相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 当 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最大值 2.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若将 $f(x)$ 的图像上每一点的横坐标变为原来的两倍(纵坐标不变), 得到函数 $g(x)$ 的图像, 当 $x \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ 时, 求函数 $g(x)$ 的值域.

解: (1) 当 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最大值 2, 得 $A = 2$,

由图像相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 得 $\frac{T}{2} = \frac{\pi}{2}$, 即 $T = \pi$,

$\therefore \omega = \frac{2\pi}{T} = 2$ 由点 $(\frac{\pi}{6}, 2)$ 在函数图象上,

$\therefore 2\sin(2 \times \frac{\pi}{6} + \varphi) = 2$, 即 $\sin(\frac{\pi}{3} + \varphi) = 1$,

$\therefore \frac{\pi}{3} + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$, $\therefore \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$.

又 $\because \varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\therefore \varphi = \frac{\pi}{6}$,

$\therefore f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$.

(2) 由条件可知 $g(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{6})$,

当 $x \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ 时, $x + \frac{\pi}{6} \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}]$

$\therefore \sin(x + \frac{\pi}{6}) \in [-\frac{1}{2}, 1]$,

$\therefore 2\sin(x + \frac{\pi}{6}) \in [-1, 2]$,

所以函数 $g(x)$ 的值域是 $[-1, 2]$.