江苏省仪征中学2020-2021学年第二学期高二数学

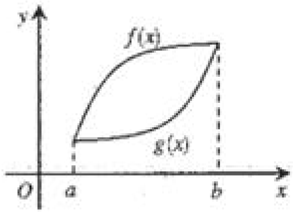
期中模拟（2）

一、单选题（本大题共8小题，共40.0分）

1. 已知复数 z 满足 $z\cdot(1+i)=2$，则$|z|=($　$)$

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. 3

2. 已知函数 $f(x)$和 $g(x)$在区间$[a,b]$上的图象如图所示，那么下列说法正确的是(　)



A. $f(x)$在 a 到 b 之间的平均变化率大于 $g(x)$在 a 到 b 之间的平均变化率

B. $f(x)$在 a 到 b 之间的平均变化率小于 $g(x)$在 a 到 b 之间的平均变化率

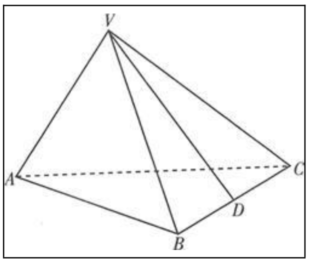
C. 对于任意$x_0\in(a,b)$，函数 $f(x)$在 $x=x_0$处的瞬时变化率总大于函数 $g(x)$在 $x=x_0$处的瞬时变化率

D. 存在$x_0\in(a,b)$，使得函数 $f(x)$在 $x=x_0$处的瞬时变化率小于函数 $g(x)$在 $x=x_0$处的瞬时变化率

3. 函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-9lnx$ 在区间$(m,m+1)$上单调递减，则实数 m 的取值范围是(　)

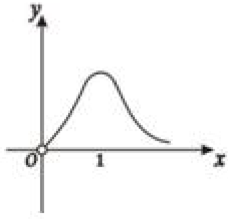
A. $(0,1)$　　B. $[0,2]$　　C. $[0,1)$　　D. $(0,2)$

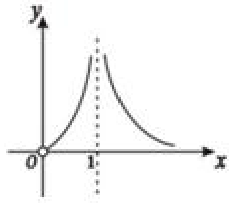
4. 如图，在四面体 $V-ABC$ 中，已知 $VA\perp$平面 VBC，VA 与平面 ABC 所成的角为$45°$，D 是 BC 上一动点，设直线 VD 与平面 ABC 所成的角为θ，则(　)

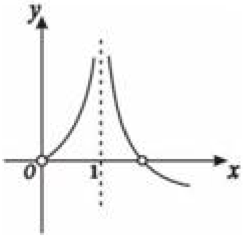


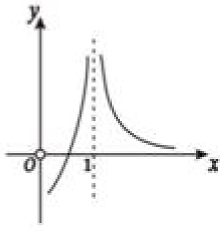
A. $\theta\le 60°$　　B. $\theta\ge 30°$　　C. $\theta\le 45°$　　D. $\theta\le 75°$

5. 函数 $f(x)=\frac{1}{x-lnx-1}$的图象大致是(　)

A. 

B. 

C. 

D. 

6. 已知z_1，z_2是复数，下列结论错误的是(　)

A. 若$|z_1-z_2|=0$，则$\overline{z_1}=\overline{z_2}$　　B. 若 $z_1=\overline{z_2}$，则$\overline{z_1}=z_2$

C. 若$|z_1|=|z_2|$，则$z_1\cdot\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}$　　D. 若$|z_1|=|z_2|$，则$z_1^2=z_2^2$

7. 某班组织文艺晚会，准备从 A,B 等 8 个节目中选出 4 个节目演出，要求 A,B 两个节目至少有一个被选中，且 A,B 同时被选中时，它们的演出顺序不能相邻，那么不同的演出顺序种数为( )

A. 1020　　B. 1140　　C. 1320　　D. 1860

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}xlnx,x>0\\2x+4e,x\le 0\end{cases}$，若$x_1\neq x_2$且 $f(x_1)=f(x_2)$，则$|x_1-x_2|$的最大值为( )

A. $2e-\frac{1}{e}$　　B. $2e+1$　　C. $\sqrt{5}e$　　D. $\frac{5}{2}e$

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

9. 已知$(1-2x)^{2021}=a_o+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\ldots+a_{2021}x^{2021}$，则( )

A. 展开式中所有项的二项式系数和为2^{2021}

B. 展开式中所有奇次项系数和为$\frac{3^{2021}-1}{2}$

C. 展开式中所有偶次项系数和为$\frac{3^{2021}-1}{2}$

D. $\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+\frac{a_3}{2^3}+\cdots+\frac{a_{2021}}{2^{2021}}=-1$

10. 下列说法正确的为( )

A. 6 本不同的书分给甲、乙、丙三人，每人两本，有$C_6^2C_4^2C_2^2$种不同的分法；

B. 6 本不同的书分给甲、乙、丙三人，其中一人 1 本，一人 2 本，一人 3 本，有$C_6^1C_5^2C_3^3$种不同的分法；

C. 6 本相同的书分给甲、乙、丙三人，每人至少一本，有 10 种不同的分法；

D. 6 本不同的书分给甲、乙、丙三人，每人至少一本，有 540 种不同的分法.

11. 已知函数$f(x)=x\cos x-\sin x$，下列结论中正确的是( )

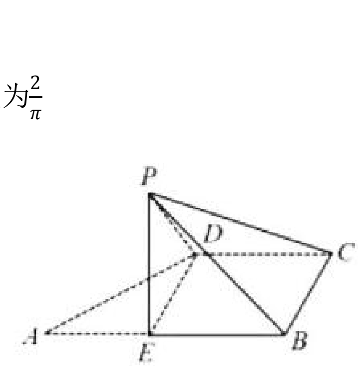
A. 函数$f(x)$在$x=\frac{\pi}{2}$时，取得极小值-1

B. 对于$\forall x\in[0,\pi]$，$f(x)\leqslant 0$恒成立

C. 若$0<x_1<x_2<\pi$，则$\frac{x_1}{x_2}<\frac{\sin x_1}{\sin x_2}$

D. 若$a<\frac{\sin x}{x}$对于$\forall x\in(0,\frac{\pi}{2})$恒成立，则 a 的最大值为$\frac{2}{\pi}$

12. 如图，直角梯形 $ABCD$，$AB//CD$，$AB\perp BC$，$BC=CD=\frac{1}{2}$，$AB=1$，E 为 AB 中点，以 DE 为折痕把 ADE 折起，使点 A 到达点 P 的位置，且 $PC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则( )



A. 平面 $PED\perp$平面 $EBCD$

B. $PC\perp ED$

C. 二面角 $P-DC-B$ 的大小为$\frac{\pi}{4}$

D. PC 与平面 PED 所成角的正切值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

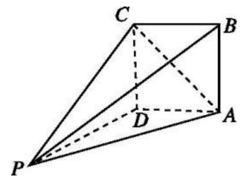
13. 设复数 $x=\frac{2i}{1-i}$(i 是虚数单位)，则

$C_{2019}^{1}x+C_{2019}^{2}x^2+C_{2019}^{3}x^3+\ldots+C_{2019}^{2019}x^{2019}=$______.

14. 函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-2ax+1$ 在$(0,4)$上有极值，则实数 a 的取值范围是______.

15. 已知函数 $f(x)=xe^x-e^x$，函数 $g(x)=mx-m(m>0)$，若对任意的$x_1\in[-2,2]$，总存在$x_2\in[-2,2]$使得 $f(x_1)=g(x_2)$，则实数 m 的取值范围是______ .

16. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD\perp AC$，$AB\perp$平面 PAD，底面 $ABCD$ 为正方形，且 $CD+PD=3$.若四棱锥 $P-ABCD$ 的每个顶点都在球 O 的球面上，则球 O 的表面积的最小值为_(1)_；当四棱锥 $P-ABCD$ 的体积取得最大值时，二面角 $A-PC-D$ 的正切值为_(2)_.



四、解答题（本大题共 6 小题，共 58.0 分）

17. 若定义一种运算：$(a,b)\begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}=ac+bd$.已知 z 为复数，且$(1,z)\begin{bmatrix}\bar{z}\\2\end{bmatrix}=9-4i$.

(1)求复数 z；

(2)设 t 为实数，若$z_0=t+2i$，且$\frac{z_0}{z}$为纯虚数，求 t 的值.

18. 男运动员 6 名，女运动员 4 名，其中男、女队长各 1 名．现选派 5 人外出参加比赛，在下列情形中各有多少种选派方法？

(1)男运动员 3 名，女运动员 2 名；

(2)至少有 1 名女运动员；

(3)队长中至少有 1 人参加；

(4)既要有队长，又要有女运动员

19. 已知函数 $f(x)=e^x-ax-1$.

(1)当 $a=2$ 时，求曲线在$(1,f(1))$处的切线方程；

(2)若 $g(x)=f(x)-x^2$，且 $g(x)$在$[0,+\infty)$上的最小值为 0，求 a 的取值范围.

20. 在下面两个条件中任选一个条件，补充在后面问题中的横线上，并完成解答.

条件①："展开式中所有项的系数之和与二项式系数之和的比为64"；

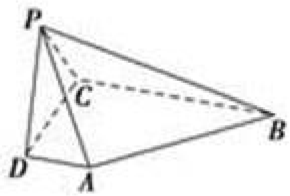
条件②："展开式中前三项的二项式系数之和为22".

问题：已知二项式$(1+3x)^n$，若_____(填写条件前的序号)，

(1)求展开式中二项式系数最大的项：

(2)求$(1+3x)^n(1-x)^5$中含x^2项的系数.

21.如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$AD\perp$平面PDC，$AD//BC$，$PD\perp PB$，$AD=1$，$BC=3$，$CD=4$，$PD=2$.



(1)求异面直线AP与BC所成角的余弦值；

(2)求证：$PD\perp$平面PBC；

(3)求直线AB与平面PBC所成角的正弦值.

22．已知函数$f(x)=x^2-mx+2\ln x$（$m\in R$），$g(x)=ae^x-\ln x-1$，

(1)若$f(x)$在其定义域内单调递增，求实数m的取值范围；

(2)若$4<m<5$，且$f(x)$有两个极值点x_1,x_2，其中$x_1<x_2$，

求$f(x_1)-f(x_2)$的取值范围；

(3)若函数$g(x)\geq 0$恒成立，则实数a的取值范围.

答案和解析

1.【答案】B

【解答】

解：$z=\frac{2}{1+i}=\frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)}=1-i$，

故$|z|=\sqrt{2}$，

故选：B.

2.【答案】D

【解答】

解：对于 A、B，$\because f(x)$在 a 到 b 之间的平均变化率是$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$，

$g(x)$在 a 到 b 之间的平均变化率是$\frac{g(b)-g(a)}{b-a}$，

$\therefore \frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{g(b)-g(a)}{b-a}$，即二者相等；

∴选项 A、B 错误；

对于 C、D，∵函数 $f(x)$在 $x=x_0$处的瞬时变化率是函数 $f(x)$在 $x=x_0$处的导数，

即函数 $f(x)$在该点处的切线的斜率，

同理函数 $g(x)$在 $x=x_0$处的瞬时变化率是函数 $g(x)$在 $x=x_0$处的导数，

即函数 $g(x)$在 $x=x_0$处的切线的斜率，

由图形知，选项 C 错误，D 正确.

故选：D.

3.【答案】B

【解析】解：函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-9lnx$ 的定义域为$(0,+\infty)$，

$f'(x)=x-\frac{9}{x}=\frac{(x+3)(x-3)}{x}$，

令 $f'(x)<0$，得 $0<x<3$，

即 $f(x)$的单调递减区间为$(0,3)$，

由于函数 $f(x)$在区间$(m,m+1)$上单调递减，

则$(m,m+1)\subseteq(0,3)$，所以$\begin{cases}m\geq 0\\ m+1\leq 3\end{cases}$，

解得 $0\leq m\leq 2$，

即实数 m 的取值范围是$[0,2]$.

故选：B.

4.【答案】C

【解析】

【分析】

本题主要考查空间中直线和平面所成的角、直线和平面的位置关系等，考查的核心素养是直观想象、逻辑推理.

先分析出线面角取得最大值时的条件，再求出线面角的最大值，即可求解.

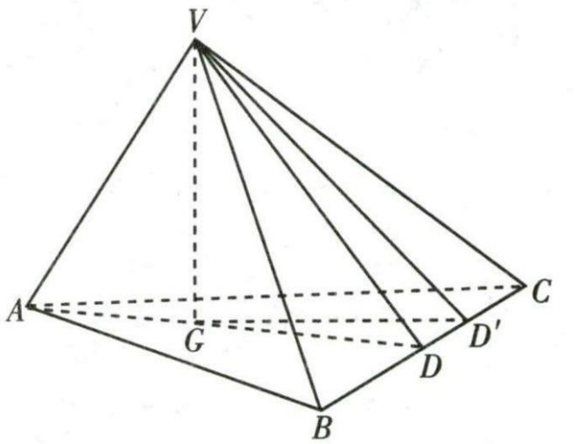
【解答】

解：如图，显然当$\triangle VAD$ 是等腰直角三角形，且 $BC \perp AD$，G 是 AD 的中点时，满足题设条件，

易知此时 $VG \perp$平面 ABC，$\theta = \angle VDG = 45°$.

图中 DC 和 DB 可以足够长，当 D'从 D 向 C 运动或从 D 向 B 运动的过程中，$\angle VD'G$ 越来越小，

所以$\theta \leq 45°$.



5.【答案】B

【解析】

【分析】

本题考查由函数解析式找函数图象，属于基础题.

由函数的定义域及特殊点的值，运用排除法可以得到答案.

【解答】

解：定义域为$(0,1)\cup(1,+\infty)$，故排除A；

$f(100)>0$，故排除C；$f(\frac{1}{100})>0$，故排除D.

故选：B.

6.【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查了共轭复数的性质、模的性质，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

A.由$|z_1-z_2|=0$，可得$z_1=z_2$，$\overline{z_1}=\overline{z_2}$，即可判断出正误；

B.$z_1=\overline{z_2}$，利用共轭复数的性质可得$\overline{z_1}=z_2$，即可判断出正误；

C.$|z_1|=|z_2|$，又$|z_1|^2=z_1\cdot\overline{z_1}$，$|z_2|^2=z_2\cdot\overline{z_2}$，即可判断出正误；

D.若$|z_1|=|z_2|$，取$z_1=1$，$z_2=i$，即可判断出正误.

【解答】

解：A.$\because|z_1-z_2|=0$，$z_1=z_2$，$\therefore$则$\overline{z_1}=\overline{z_2}$，正确；

B.$z_1=\overline{z_2}$，则$\overline{z_1}=z_2$，正确；

C.$|z_1|=|z_2|$，又$|z_1|^2=z_1\cdot\overline{z_1}$，$|z_2|^2=z_2\cdot\overline{z_2}$，则$z_1\cdot\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}$，因此正确；

D.若$|z_1|=|z_2|$，取$z_1=1$，$z_2=i$，则$z_1^2\neq z_2^2$.

故选D.

7.【答案】B

【解析】

【分析】

本题考查排列、组合的实际应用，正确分类是关键，属于基础题.

分为两大类，利用排列组合知识求解即可.

【解答】

解：分两类：第一类，A，B只有一个选中，则不同演出顺序有$C_2^1C_6^3A_4^4$种；

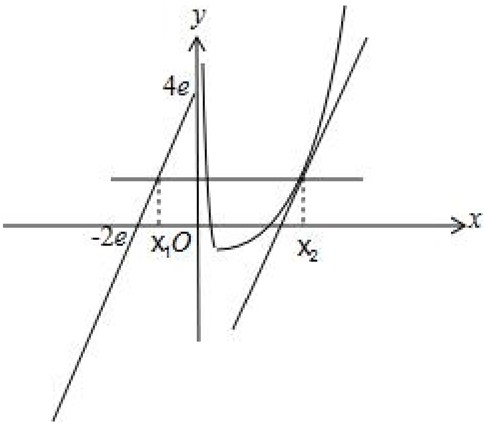
第二类：A，B同时选中，则不同演出顺序有$C_6^2A_2^2A_3^2$种，

共有：$C_2^1C_6^3A_4^4+C_6^2A_2^2A_3^2=1140$(种).

故选 B.

8.【答案】D

【解析】解：如图，



设 $y=xlnx$，则 $y'=lnx+1$，由 $lnx+1=2$，得 $x=e$.

$\therefore$ $y=xlnx$ 斜率为 2 的切线 l：$y=2x-e$，

取 $x=e$，得 $y=e$，由 $2x+4e=e$，得 $x=-\frac{3}{2}e$，

此时：$\begin{cases}x_2=e\\x_1=-\frac{3}{2}e\end{cases}$，当图中平行于 x 轴的直线向上或向下平移时，

直线被 $y=2x+4e(x\leq 0)$与 $y=xlnx(x>\frac{1}{e})$所截线段变小，则对应的点的横坐标的差变小，

故$(|x_1-x_2|)_{max}=\frac{5}{2}e$.

故选：D.

由题意画出图形，求出曲线 $y=xlnx$ 的斜率为 2 的切线，可得切点的坐标，再求出线段 $y=2x+4e$ 上与切点纵坐标相同点的横坐标，作差得答案.

本题考查分段函数的应用，训练了利用导数研究过曲线上某点处的切线方程，考查数形结合的解题思想，是中档题.

9.【答案】ABD

【解析】解：$\because$ $(1-2x)^{2021}=a_o+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\ldots+a_{2021}x^{2021}$，

故所有项的二项式系数和为$2^n=2^{2021}$，故 A 正确；

令 $x=-1$，可得$a_o-a_1+a_2-a_3+\ldots-a_{2021}=3^{2021}$ ①，

令 $x=1$，可得$a_o+a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{2021}=-1$ ②，

①＋②，并除以2，可得展开式中所有奇次项系数和为$a_o+a_2+a_4+a_3+\ldots+a_{2020}=\frac{3^{2021}-1}{2}$，

故B正确；

②－①，并除以2，可得$a_1+a_3+a_5+\ldots+a_{2021}=\frac{-1-3^{2021}}{2}$，故$C$错误；

令$x=\frac{1}{2}$，可得$a_0+\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+\ldots+\frac{a_{2021}}{2^{2021}}=0$，而$a_0=1$，

$\therefore+\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+\ldots+\frac{a_{2021}}{2^{2021}}=-1$，故$D$正确，

故选：ABD.

由题意利用二项式系数的性质，分析所给代数式的特点，通过给二项式的x赋值，求展开式的系数和，可以简便的求出答案.

本题主要考查二项式定理的应用，注意根据题意，分析所给代数式的特点，通过给二项式的x赋值，求展开式的系数和，可以简便的求出答案，属于中档题.

10.【答案】ACD

【解析】

【分析】

本题主要考查了分步计数原理以及排列组合的综合运用，属于中档题.

根据分步计数原理以及排列组合的综合运用，逐个对选项分析解答.

【解答】

解：对于A，6本不同的书中，先取2本给甲，再从剩余的4本中取2本给乙，

最后2本给丙，共有$C_6^2C_4^2C_2^2$种不同的分法，故A正确；

对于B，6本不同的书中，先取1本作为一组，再从剩余的5本中取2作为一组，

最后3本作为一组，共有$C_6^1C_5^2C_3^3=60$种，再给甲、乙、丙三人，

共有$C_6^1C_5^2C_3^3A_3^3=360$种，故B不正确；

对于C，6本相同的书分给甲、乙、丙三人，利用挡板法$C_5^2=10$种；

对于D，6本不同的书分给甲、乙、丙三人，每人至少一本，分3种情况讨论：

①一人4本，其他两人各1本，共有$C_6^4A_3^3=90$；

②一人 1 本，一人 2 本，一人 3 本，共有$C_6^1C_5^2C_3^3A_3^3=360$种，

③每人 2 本，共有$C_6^2C_4^2C_2^2=90$，

故共有 $90+360+90=540$ 种.

故选 ACD.

11.【答案】BCD

【解析】

【解答】

解：A．$f'(x)=-x\sin x$，$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{\pi}{2}\neq 0$，

所以 $x=\frac{\pi}{2}$不是 $f(x)$的极值点，故 A 错误；

$B.f'(x)=-x\sin x$，$x\in(0,\pi)$，$f'(x)<0$，即 $f(x)$在$[0,\pi]$上递减，

$f(x)_{\max}=f(0)=0$，故 B 成立；

$C.$记 $h(x)=\frac{\sin x}{x}$，$h'(x)=\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}$，

由 B 知，$x\in(0,\pi)$时，$f(x)<0$，

所以$h'(x)<0$，$h(x)$在$(0,\pi)$上递减，

若 $0<x_1<x_2<\pi$，

则$\frac{\sin x_1}{x_1}>\frac{\sin x_2}{x_2}$，即$\frac{x_1}{x_2}<\frac{\sin x_1}{\sin x_2}$，故 C 正确；

$D.$由 C 知，$h(x)=\frac{\sin x}{x}$在$(0,\frac{\pi}{2})$上递减，$h\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{2}{\pi}$，

若 $a<\frac{\sin x}{x}$对于$\forall x\in(0,\frac{\pi}{2})$恒成立，

所以$a\leqslant\frac{2}{\pi}$，故 D 正确.

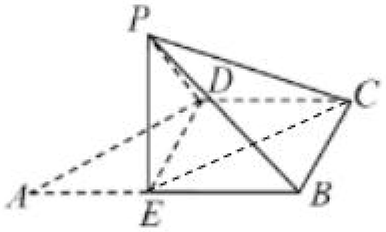
故选 BCD.

12.【答案】ACD

【解析】

【解答】

解：连接 EC，如图所示：



折后，$PE \perp DE$，

在$\triangle PEC$中，$PE=\frac{1}{2}$，$EC=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$PC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

则$PE^2+EC^2=PC^2$，故$PE \perp EC$，

$\because EC \cap DE=E$，$\therefore PE \perp$平面$EBCD$，

$\because PE \subset$平面PED，

$\therefore$平面$PED \perp$平面$EBCD$，故A项正确；

假设$PC \perp ED$，由于$ED \perp PE$，$PC \cap PE=P$，

得$ED \perp$平面PEC，又$EC \subset$平面PEC，

即$ED \perp EC$，这与$\angle DEC=45°$相矛盾，故B项错；

由于$CD \perp$平面PDE，DP、$DE \subset$平面PDE，

$\therefore PD \perp CD$，$DE \perp CD$，

则$\angle PDE$为二面角$P-DC-B$的平面角，

而$\angle PDE=\angle DAE=45°$，故$C$项正确；

由于$CD \perp$平面PDE，则$\angle CPD$为PC与平面PED所成角的平面角，

$\tan\angle CPD=\frac{CD}{PD}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故$D$项正确

故选ACD.

13.【答案】$(2)-i-1$

14.【答案】$(0,12)$

【解析】

【分析】

本题考查函数极值的概念，考查函数存在极值点和导函数存在零点的关系.

先求$f'(x)=x^2+2x-2a$，所以该函数对称轴为：$x=-1$，所以$(0,4)$在对称轴的右边，

因为$f(x)$在$(0,4)$上存在极值点，即说明函数$f'(x)$在该区间存在零点，所以$\begin{cases}f'(0)<0\\f'(4)>0\end{cases}$，

解不等式组即得实数a取值的集合.

【解答】

解：$f'(x)=x^2+2x-2a$，

∴该函数的对称轴是：$x=-1$，

∵ $f(x)$在$(0,4)$上存在极值点，即函数$f'(x)$在该区间存在零点，且$(0,4)$在$x=-1$的右边，

∴ $\begin{cases} f'(0)=-2a<0 \\ f'(4)=16+8-2a>0 \end{cases}$，解得$0<a<12$，

实数a的取值范围为：$(0,12)$．

故答案为$(0,12)$．

15.【答案】$[e^2,+\infty)$

【解析】解：$f(x)=e^x(x-1)$的导数为$f'(x)=xe^x$，

当$x>0$时，$f(x)$递增；$x<0$时，$f(x)$递减，

即$x=0$时，$f(x)$取得极小值，且为最小值-1；

由$f(-2)=-3e^{-2}$，$f(2)=e^2$，

可得$f(x)$在$[-2,2]$的值域为$[-1,e^2]$，

由$g(x)=mx-m(m>0)$在$[-2,2]$递增，

可得$g(x)$的值域为$[-3m,m]$，

由对任意的$x_1\in[-2,2]$，总存在而$x_2\in[-2,2]$，使得$f(x_1)=g(x_2)$，

可得$[-1,e^2]\subseteq[-3m,m]$，

即为$-3m\le-1<e^2\le m$，

解得$m\ge e^2$，

故答案为：$[e^2,+\infty)$．

由题意可得$f(x)$在$[-2,2]$的值域包含于$g(x)$的值域，运用导数和函数的单调性，即可得到所求范围．

本题考查任意存在性问题解法，注意运用转化思想，考查函数的值域的求法，以及运算能力和推理能力，属于中档题．

16.【答案】6π　　$\sqrt{5}$

【解析】

【分析】

本题考查了四棱锥的体积与球的表面积，考查了函数与方程的数学思想以及直观想象的数学核心素养．

设$CD=x(0<x<3)$，依据线面垂直的定义，推出$PD\perp$平面$ABCD$，则四棱锥$P-ABCD$可补成一个长方体，球O的球心为PB的中点，继而写出球O的表面积表达式，当$x=1$时，球O的表面积的最小，接着写出四棱锥$P-ABCD$的体积V的表达式，求

导后得到$V_{max}=V(2)$，过点 D 作 $DH\perp PC$ 于点 H，连接 AH，则$\angle AHD$ 为二面角 $A-PC-D$ 的平面角，即可求出答案.

【解答】

解：设 $CD=x(0<x<3)$，则 $PD=3-x$，

$\because AB\perp$平面 PAD，$PD\subset$平面 PAD，

$$\therefore AB\perp PD,$$

又 $PD\perp AC$，$AB\cap AC=A$，AB，$AC\subset$平面 $ABCD$，

$\therefore PD\perp$平面 $ABCD$，

则四棱锥 $P-ABCD$ 可补成一个长方体，球 O 的球心为 PB 的中点，

从而球 O 的表面积为

$4\pi\left(\frac{\sqrt{x^2+x^2+(3-x)^2}}{2}\right)^2=3\pi[(x-1)^2+2]\geq 6\pi$，

当 $x=1$ 时，球 O 的表面积的最小为6π .

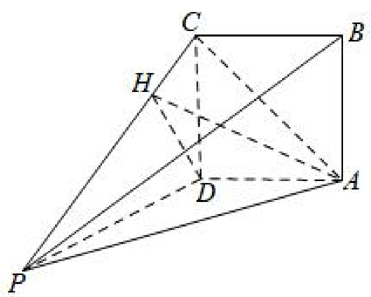
四棱锥 $P-ABCD$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\times(3-x)x^2(0<x<3)$，

则 $V'=-x^2+2x$，当 $0<x<2$ 时，$V'>0$;

当 $2<x<3$ 时，$V'<0$，

故$V_{max}=V(2)$，

此时 $AD=CD=2$，$PD=1$，过点 D 作 $DH\perp PC$ 于点 H，



连接 AH，则$\angle AHD$ 为二面角 $A-PC-D$ 的平面角，

$\because DH=\frac{1\times 2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore \tan\angle AHD=\frac{AD}{DH}=\sqrt{5}$,

故答案为6π；$\sqrt{5}$.

17.【答案】解：(1)设复数 $z=a+bi(a,b\in R,a>0,i$ 是虚数单位)，则$\bar{z}=a-bi$，

因为$(1,z)\begin{bmatrix}\bar{z}\\2\end{bmatrix}=\bar{z}+2z=(a-bi)+2(a+bi)=3a+bi=9-4i$，

所以解得 $a=3$，$b=-4$，

可得 $z=3-4i$.

(2)因为 t 为实数，若$z_0=t+2i$，由(1)可得 $z=3-4i$，

所以$\frac{z_0}{z}=\frac{t+2i}{3-4i}=\frac{(t+2i)(3+4i)}{(3-4i)(3+4i)}=\frac{(3t-8)+(4t+6)i}{-7}$，

由于$\frac{z_0}{z}=\frac{(3t-8)+(4t+6)i}{-7}$为纯虚数，可得$\begin{cases}3t-8=0\\4t+6\neq 0\end{cases}$，解得 $t=\frac{8}{3}$.

【解析】(1)设 $z=a+bi(a,b\in R$ 且 $a>0)$，可求$\bar{z}=a-bi$，由条件可得 $3a+bi=9-4i$，解得 a，b 的值，即可得到 z 的值；

(2)由题意可求$\frac{z_0}{z}=\frac{(3t-8)+(4t+6)i}{-7}$，根据实部为 0，虚部不为 0 即可求解 t 的值.

本题考查了复数的几何意义，纯虚数的定义等基础知识与基本技能方法，属于基础题.

18.【答案】解：(1)分两步完成：

第一步，选 3 名男运动员，有C_6^3种选法；

第二步，选 2 名女运动员，有C_4^2种选法.

由分步乘法计数原理可得，共有$C_6^3\cdot C_4^2=120$(种)选法.

(2)解法一　“至少有 1 名女运动员”包括以下四种情况：

1 女 4 男，2 女 3 男，3 女 2 男，4 女 1 男.

由分类加法计数原理可得总选法共有$C_4^1C_6^4+C_4^2C_6^3+C_4^3C_6^2+C_4^4C_6^1=246$(种).

解法二　“至少有 1 名女运动员”的反面为“全是男运动员”，可用间接法求解.

从 10 人中任选 5 人有C_{10}^5种选法，其中全是男运动员的选法有C_6^5种.

所以“至少有 1 名女运动员”的选法有$C_{10}^5-C_6^5=246$(种).

(3)解法一　(直接法)可分类求解：

“只有男队长”的选法种数为C_8^4；

“只有女队长”的选法种数为C_8^4；

“男、女队长都入选”的选法种数为C_8^3，

所以共有$2C_8^4+C_8^3=196$(种)选法.

解法二　(间接法)从 10 人中任选 5 人有C_{10}^5种选法，

其中不选队长的方法有C_8^5种.

所以“至少有 1 名队长”的选法有$C_{10}^5 - C_8^5 = 196$(种).

(4)当有女队长时，其他人任意选，共有C_9^4种选法；

当不选女队长时，必选男队长，共有C_8^4种选法，其中不含女运动员的选法有C_5^4种，所以不选女队长时的选法共有$(C_8^4 - C_5^4)$种.

所以既要有队长又要有女运动员的选法共有$C_9^4 + C_8^4 - C_5^4 = 191$(种).

【解析】

【分析】本题主要考查分类计数原理、分步计数原理以及排列、组合的综合应用，属于基础题.

(1)根据分步计数原理，先确定男运动员的选法，再确定女运动员的选法，最后相乘即可得到答案；

(2)分为四种情况，分别得到选派种数，再相加即可；

(3)用分类计数原理计算，也可用间接法计算；

(4)根据队长性别进行分类计算，再相加即可.

19.【答案】解：(1)当 $a = 2$ 时，$f(x) = e^x - 2x - 1$，$f(1) = e - 3$，

$\therefore f'(x) = e^x - 2$，$f'(1) = e - 2$，

故切线方程是：$(e-2)x - y - 1 = 0$；

(2) $\because g(0) = f(0) - 0 = 0$，

故原条件等价于：在$(0, +\infty)$上，$g(x) = e^x - x^2 - ax - 1 \geq 0$ 恒成立，

化为 $a \leq \frac{e^x - x^2 - 1}{x}$，令 $h(x) = \frac{e^x - x^2 - 1}{x}$，

则 $h'(x) = \frac{(x-1)(e^x - x - 1)}{x^2}$，

令 $m(x) = e^x - x - 1$，则 $m'(x) = e^x - 1$，

令 $m'(x) > 0$，解得：$x > 0$，故 $m(x)$在$(0, +\infty)$递增，

而 $m(0) = 0$，故$e^x - x - 1 > 0$ 在$(0, +\infty)$恒成立，

令 $h'(x) > 0$，解得：$x > 1$，令 $h'(x) < 0$，解得：$0 < x < 1$，

故 $h(x)$在$(0,1)$递减，在$(1, +\infty)$递增，

故 $h(x)_{min} = h(1) = e - 2$，

故 $a \le e-2$.

【解析】(1)代入 a 的值，求出函数的导数，计算 $f(1)$，$f'(1)$，求出切线方程即可；

(2)问题转化为 $a \le \frac{e^x-x^2-1}{x}$，令 $h(x)=\frac{e^x-x^2-1}{x}$，求出函数的导数，根据函数的单调性求出 $h(x)$的最小值，求出 a 的范围即可.

本题考查了切线方程问题，考查函数的单调性，最值问题，考查导数的应用以及函数恒成立问题，是一道中档题.

20.【答案】解：若选填条件①，即展开式中所有项的系数之和与二项式系数之和的比为 64，

则$\frac{4^n}{2^n}=2^n=64$，即 $n=6$.

若选填条件②，即展开式中前三项的二项式系数之和为 22，

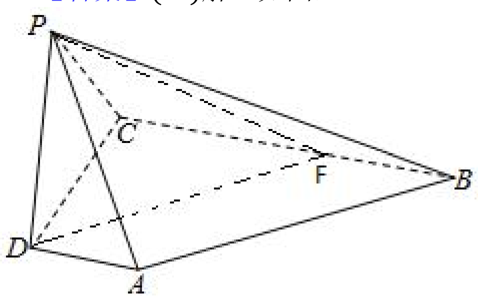
则$C_n^0+C_n^1+C_n^2=22$，即 $n=6$.

(1)当 $n=6$ 时，展开式共 7 项，二项式系数最大的项为$T_4=C_6^3\cdot(3x)^3=540x^3$；

(2)$(1+3x)^n(1-x)^5=(1+3x)^6(1-x)^5$中，

含x^2项的系数为$C_5^2+C_6^2\times3^2+C_6^1\times3\times C_5^1\times(-1)=55$.

【解析】本题考查二项式定理的应用，考查运算求解能力，是基础题.
当选填条件①时，由题意列式求得 $n=6$，当选填条件②时，由前 3 项的二项式系数和为 22 求得 $n=6$.
(1)把 $n=6$ 代入$(1+3x)^n$，可知第四项的二项式系数最大，由二项展开式的通项得答案；
(2)把 $n=6$ 代入$(1+3x)^n(1-x)^5$，由第一个因式的常数项乘以第二个因式含x^2项的系数，由第二个因式的常数项乘以第一个因式含含x^2项的系数，第一个因式含有 x 项的系数乘以第二个因式含有 x 项的系数，作和得答案.
21.【答案】(Ⅰ)解：如图，



由已知 $AD//BC$，
故$\angle DAP$ 或其补角即为异面直线 AP 与 BC 所成的角，
因为 $AD\perp$平面 PDC，$PD\subset$平面 PDC，
所以 $AD\perp PD$，
在 $Rt\triangle PDA$ 中，由已知，得 $AP=\sqrt{AD^2+PD^2}=\sqrt{5}$，
故 $\cos\angle DAP=\frac{AD}{AP}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，
所以，异面直线 AP 与 BC 所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{5}}{5}$；
(Ⅱ)证明：因为 $AD\perp$平面 PDC，$PD\subset$平面 PDC，

所以 $AD \perp PD$，
又因为 $BC//AD$，所以 $PD \perp BC$，
又 $PD \perp PB$，$PB \cap BC = B$，PB，$BC \subset$平面 PBC，
所以 $PD \perp$平面 PBC；
(Ⅲ)解：过点 D 作 AB 的平行线交 BC 于点 F，连接 PF，
则 DF 与平面 PBC 所成的角等于 AB 与平面 PBC 所成的角，
因为 $PD \perp$平面 PBC，故 PF 为 DF 在平面 PBC 上的射影，
所以$\angle DFP$ 为直线 DF 和平面 PBC 所成的角，
由于 $AD//BC$，$DF//AB$，
所以四边形 $ABFD$ 为平行四边形，
故 $BF = AD = 1$，
由已知，得 $CF = BC - BF = 2$，
因为 $AD \perp$平面 PDC，$DC \subset$平面 PDC，
$\therefore AD \perp DC$，又 $AD//BC$，
故 $BC \perp DC$，
$\therefore DF = \sqrt{DC^2 + CF^2} = 2\sqrt{5}$，
在 $Rt\triangle DPF$ 中，可得 $\sin\angle DFP = \frac{PD}{DF} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.
所以直线 AB 与平面 PBC 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{5}}{5}$.

22．解：(1) $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$

$\because f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增

$\therefore f'(x) = 2x - m + \frac{2}{x} \geq 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立

即 $m \leq 2x + \frac{2}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立 ………………2分

又 $2x + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{2}{x}} = 4$ （当且仅当 $x = 1$ 时等号成立）

$\therefore m \leq 4$ ………………4分

(2) $f'(x) = 2x - m + \frac{2}{x} = \frac{2x^2 - mx + 2}{x}$

$\because f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2

$\therefore x_1, x_2$ 为方程 $2x^2 - mx + 2 = 0$ 的两个不相等的实数根

由韦达定理得 $x_1 + x_2 = \frac{m}{2}$ $\quad x_1 \cdot x_2 = 1$

$\because 0 < x_1 < x_2 \quad \therefore 0 < x_1 < 1 < x_2$

又 $m = 2(x_1 + x_2) = 2(x_1 + \frac{1}{x_1}) \in (4,5)$

解得 $\frac{1}{2} < x_1 < 1$ ………………6分

$$\begin{aligned}\therefore f(x_1) - f(x_2) &= (x_1^2 - mx_1 + 2\ln x_1) - (x_2^2 - mx_2 + 2\ln x_2) \\ &= (x_1^2 - x_2^2) + 2(\ln x_1 - \ln x_2) - 2(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) \\ &= (x_2^2 - x_1^2) + 2(\ln x_1 - \ln x_2) \\ &= \frac{1}{x_1^2} - x_1^2 + 4\ln x_1\end{aligned}$$
………………8分

设 $g(x)=\frac{1}{x^2}-x^2+4\ln x$（$\frac{1}{2}<x<1$），则

$$g'(x)=\frac{-2}{x^3}-2x+\frac{4}{x}=\frac{-2(x^4-2x^2+1)}{x^3}=\frac{-2(x^2-1)^2}{x^3}<0$$

$\therefore g(x)$ 在 $(\frac{1}{2},1)$ 上为减函数 ………………10分

又 $g(\frac{1}{2})=4-\frac{1}{4}+4\ln\frac{1}{2}=\frac{15}{4}-4\ln 2$， $g(1)=1-1+0=0$

$\therefore 0<g(x)<\frac{15}{4}-4\ln 2$

即 $f(x_1)-f(x_2)$ 的取值范围为 $\left(0,\frac{15}{4}-4\ln 2\right)$ ………………12分