

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期午间练 9

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、单选题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

1. 若 $a > 0$, $b > 0$, $\lg a + \lg b = \lg(a + 2b)$, 则 $2a + b$ 的最小值为()
A. 9 B. 8 C. 7 D. 6
2. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, $N = \{x | \frac{x}{3-x} > 0\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $(-1, 3)$ B. $[0, 1)$ C. $(0, 1)$ D. $(-1, 0)$

二、多选题（本大题共 1 小题，共 5.0 分）

3. 下列计算结果为有理数的是()
A. $\log_2 3 \log_3 2$ B. $\lg 2 + \lg 5$ C. $2^{\frac{1}{\ln 2}} - e$ D. $\sin \frac{2\pi}{3}$

三、单空题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

4. 已知 $f(\log_2 x) = x$, 则 $f(\frac{1}{2}) =$ _____.
5. 若 “ $\forall x \in [0, \frac{\pi}{4}]$, $\tan x \leq m$ ” 是真命题, 则实数 m 的最小值为_____.

四、解答题（本大题共 1 小题，共 12.0 分）

6. (1) 计算: $\sqrt[3]{(-4)^3} - (-9.6)^0 + 0.25^{\frac{1}{2}} \times (\frac{1}{\sqrt{2}})^{-4}$;
(2) 已知实数 a, b 满足 $2^a = 3^b = 6$, 求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值.

答案和解析

1. 【答案】A

解：由 $a > 0$, $b > 0$, $\lg a + \lg b = \lg(a + 2b)$, 得 $\lg(ab) = \lg(a + 2b)$, 即 $ab = a + 2b$,

则有 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 所以 $2a + b = (\frac{2}{a} + \frac{1}{b})(2a + b) = 5 + \frac{2b}{a} + \frac{2a}{b} \geq 5 + 2\sqrt{\frac{2b}{a} \cdot \frac{2a}{b}} = 9$,

当且仅当 $a = b = 3$ 时等号成立, 所以 $2a + b$ 的最小值为 9.

2. 【答案】C

解：集合 $M = \{x | x^2 - 1 < 0\} = \{x | -1 < x < 1\}$,

$N = \{x | \frac{x}{3-x} > 0\} = \{x | 0 < x < 3\}$,

$\therefore M \cap N = \{x | 0 < x < 1\}$,

3. 【答案】ABC

解：对于 A 选项, $\log_2 3 \cdot \log_3 2 = 1$; 对于 B 选项, $\lg 2 + \lg 5 = \lg 10 = 1$; 对于 C 选项,

$2^{\frac{1}{\ln 2}} - e = 2^{\log_2 e} - e = e - e = 0$; 对于 D 选项, $\sin \frac{2\pi}{3} = \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

4. 【答案】 $\sqrt{2}$

解：函数 $f(\log_2 x) = x$, 则 $f(\frac{1}{2}) = f(\log_2 \sqrt{2}) = \sqrt{2}$.

5. 【答案】1

解：“ $\forall x \in [0, \frac{\pi}{4}]$, $\tan x \leq m$ ”是真命题,

可得 $0 \leq \tan x \leq 1$, 所以, $m \geq 1$, 实数 m 的最小值为: 1.

6. 【答案】解：(1) 原式 $= -4 - 1 + 0.5 \times 4 = -3$,

(2) 实数 a, b 满足 $2^a = 3^b = 6$,

则 $a = \log_2 6$, $b = \log_3 6$,

$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 6 = 1$.