江苏省仪征中学2021—2022学年度第一学期午间练17

学校:___________姓名：___________班级：___________学号：___________

一、单选题（本大题共2小题，共10.0分）

1. 已知集合$M=\{(x,y)|y=f(x)，x\in(0,+\infty)\}$，集合$N=\{(x,y)|x=2\}$，则$M\cap N$中的元素个数为(　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 无数个

2. 不等式$x^2-x-2<0$成立的一个充分不必要条件是$a<x<a^2+1$，则a的取值范围为(　)

A. $-1\le a\le 1$　　B. $-1\le a<1$　　C. $-1<a<1$　　D. $-1<a\le 1$

二、多选题（本大题共1小题，共5.0分）

3. 下列说法正确的是( )

A. 若$a>b$，则$ac^2>bc^2$

B. 若$a>b$，$c>d$，则$a+c>b+d$

C. 若$a>b$，$c>d$，则$ac>bd$

D. 若$a>b>0$，$c>0$，则$\frac{b+c}{a+c}>\frac{b}{a}$

三、单空题（本大题共2小题，共10.0分）

4. 求值：$2^{log_2\frac{1}{4}}-(\frac{8}{27})^{-\frac{2}{3}}-\lg\frac{1}{100}=$ _____.

5. 若函数$f(x)=\begin{cases}x+2\ ,\ x>0\\x^2-1\ ,\ x\le 0\end{cases}$，则$f(f(-2))=$_____.

四、解答题（本大题共1小题，共12.0分）

6. 已知$f(x)=\frac{x+a}{x^2+\mathrm{bx}+1}$是定义在$[-1,1]$上的奇函数.

(1)求$f(x)$的解析式；

(2)判断并证明$f(x)$的单调性；

答案和解析

1.【答案】B　解：问题转化为$y=f(x)$的图象和$x=2$的图象的交点个数，显然$x=2$时，$y=f(x)$中有1个实数与之对应，故$M\cap N$中的元素个数为1个，故选：B.

2.【答案】D　解：由不等式$x^2-x-2<0$，得$-1<x<2$．$\because$不等式$x^2-x-2<0$成立的一个充分不必要条件是$a<x<a^2+1$，$\therefore(a,a^2+1)\subsetneqq(-1,2)$，

则$\begin{cases}a<a^2+1\\a\geqslant-1\\a^2+1\leqslant2\end{cases}$　且$a\geq-1$与$a^2+1\leq2$的等号不同时成立，解得$-1<a\leq1$．$\therefore a$的取值范围为$-1<a\leq1$．故选D.

3.【答案】BD

解：对于A，当$c=0$时，$a>b$推不出$ac^2>bc^2$，所以A错；对于B，$a>b,c>d,\Rightarrow a-b>0$，$c-d>0\Rightarrow(a+c)-(b+d)=(a-b)+(c-d)>0\Rightarrow a+c>b+d$，所以$B$对；对于$C$，当$a=c=1$，$b=d=-1$时，命题不成立，所以$C$错；对于$D$，$\frac{b+c}{a+c}-\frac{b}{a}=\frac{c(a-b)}{a(a+c)}$，由$a>b>0$，$c>0$，得$a-b>0,a+c>0$，所以$\frac{b+c}{a+c}>\frac{b}{a}$成立，所以$D$对．故选：$BD$.

4.【答案】0　$2^{\log_2\frac{1}{4}}-(\frac{8}{27})^{-\frac{2}{3}}-\lg\frac{1}{100}=\frac{1}{4}-\frac{9}{4}+2=0$.

5.【答案】5

解：因为$f(x)=\begin{cases}x+2,\ x>0\\x^2-1,\ x\leq0\end{cases}$所以$f(-2)=(-2)^2-1=3$，所以$f(f(-2))=f(3)=3+2=5$，故答案为：5.

6.【答案】解：(1) $\because f(x)=\frac{x+a}{x^2+bx+1}$是定义在$[-1,1]$上的奇函数，$\therefore f(0)=0$，即$\frac{0+a}{0+0+1}=0$，$\therefore a=0$．又$\because f(-1)=-f(1)$，$\therefore\frac{-1}{2-b}=-\frac{1}{2+b}$，$\therefore b=0$，$\therefore f(x)=\frac{x}{x^2+1}$．经检验$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$符合题意.

(2)函数$f(x)$在$[-1,1]$上为增函数.

证明如下，任取$-1\leqslant x_1<x_2\leqslant1$，$\therefore x_1-x_2<0$，$1-x_1x_2>0$.

$f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1}{x_1^2+1}-\frac{x_2}{x_2^2+1}=\frac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}<0$，$\therefore f(x_1)<f(x_2)$，$\therefore f(x)$为$[-1,1]$上的增函数.