

仪征中学 2021 届高三数学解答题训练 (4)

班级_____ 姓名_____ 日期_____ 得分_____

我们的目标：会做的题得全分，难做的题多得分，不会的题弄一分是一分！

17. (10 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\cos^2\left(\frac{\pi}{2} + A\right) - \sqrt{2} \cos A = \frac{3}{2}$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $\sin C = \frac{3}{5}$, 且 $c^2 = \lambda ab + a^2$, 求实数 λ 的值.

18. (12 分) 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, a_1 + a_2 + a_3 = 14$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 的各项均为正整数, $b_1 = 1$, 且区间 $(b_n, b_{n+1}) (n \in \mathbf{N}^*)$ 中正整数的个数恰为 a_n , 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

19. (12 分)某公司生产的某种产品,如果年返修率不超过千分之一,则其生产部门当年考核优秀,现获得该公司 2013~2020 年的相关数据如下表:

年 份	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
年生产台数 x /万台	2	3	4	5	6	7	10	11
该产品的年利润 y /百万元	2.1	2.75	3.5	3.25	3	4.9	6	6.5
年返修台数/台	21	22	28	65	80	65	84	88

部分计算结果: $\bar{x}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^8x_i=6,\bar{y}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^8y_i=4,\sum_{i=1}^8(x_i-\bar{x})^2=72,\sum_{i=1}^8(y_i-\bar{y})^2=18.045,\sum_{i=1}^8(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=34.5$.注:年返修率= $\frac{\text{年返修台数}}{\text{年生产台数}}$.

- (1) 从该公司 2013~2020 年的相关数据中任意选取 3 年的数据,用 ξ 表示 3 年中生产部门获得考核优秀的次数,求 ξ 的分布列和数学期望;
- (2) 根据散点图发现 2017 年数据偏差较大,如果去掉该年的数据,试用剩下的数据求出年利润 y (百万元)关于年生产台数 x (万台)的线性回归方程(精确到 0.01).

附:线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中, $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^n(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^n(x_i-\bar{x})^2}=\frac{\sum_{i=1}^nx_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^nx_i^2-n\bar{x}^2},\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}.$

20. (12 分) 请从下面三个条件中任选一个, 补充在下面的横线上, 并作答.

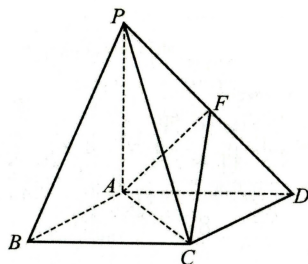
- ① $AB \perp BC$, ② FC 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$, ③ $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$.

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PA = AB = 2$, PD 的中点为 F .

(1) 在线段 AB 上是否存在一点 G , 使得 $AF \parallel$ 平面 PCG ? 若存在, 指出 G 在 AB 上的位置并给以证明; 若不存在, 请说明理由;

(2) 若 _____, 求二面角 $F-AC-D$ 的余弦值.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.



21. (12 分) 已知函数 $f(x) = 2e^x + \sin x - ax^2 - 3x$, 其中 e 为自然对数的底数, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 求证: $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增;

(2) 若 $x \geq 0, f(x) \geq 2$, 求 a 的取值范围.

22. (12 分) 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与圆 $C: (x-t)^2 + y^2 = \frac{t^2+4}{2} (t \in \mathbf{R})$. 当圆心 C 恰好是椭圆 Γ 的一个焦点时, 圆 C 与 y 轴及椭圆 Γ 的一条准线都相切.
- (1) 求椭圆 Γ 的标准方程;
- (2) 记椭圆 Γ 的上顶点为 P , 当 $t \neq \pm 2$ 时, 过点 P 作圆 C 的两条切线, 这两条切线与椭圆 Γ 的另一个交点分别为记为 A, B . 求 $\triangle PAB$ 的面积的最大值.