

【第 17 题】

1、知识与能力要求：正、余弦定理与解三角形，根据三角函数值求角

结构不良问题

2、主要存在问题及错因

第一问：有两个步骤组成，第一步由边角关系得出角 B 的正余弦关系式，这一步学生基本都能顺利解决；第二步由角 B 的正余弦方程解出角 B，很多学生未能发现 B 与 $\frac{B}{2}$ 的二倍角关系，只好猜出 B 的值，或使用诱导公式得出 B 的值，前者以充分性代替必要性，后者以偏概全。

第二问：因为选择三个条件皆可顺利求解，难度相当，所以很多同学选择了①或③，选择①，可以从正弦定理角度求解，也可从余弦定理角度求解；选择③，那是因为发现了式子特征，可从余弦定理角度求解；错误的主要原因在于计算错误，或边角混淆。

典型错例

四、解答题：本大题共 6 小题；共 70 分。

17、(本小题满分 10 分)

(1) $a \cos \frac{B}{2} = b \sin A$
 $\sin A \cos \frac{B}{2} = \sin B \sin A$
 $\sin B = \cos \frac{B}{2}$
 $\because B \in (0, \pi)$
 $\therefore B = \frac{\pi}{3}$

17、(本小题满分 10 分)

(1)
 由正弦定理得
 $\sin A \cos \frac{B}{2} = \sin B \sin A$
 $\therefore 0 < A < \pi$
 $\therefore \sin A \neq 0$
 $\therefore \cos \frac{B}{2} = \sin B$
 $\therefore \frac{B}{2} + B = \frac{\pi}{2}$
 $\therefore B = \frac{\pi}{3}$

(2) 选择的条件是：①

$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$
 $\therefore \frac{5}{\sin A} = \frac{\sqrt{3}}{\sin B}$
 $\therefore \frac{5}{\sin A} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
 $\sin A = \frac{1}{2}$
 $\because A \in (0, \pi)$
 $\therefore A = \frac{\pi}{6}$
 $\therefore B = \frac{\pi}{3}$
 $\therefore C = \frac{\pi}{2}$
 $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形
 $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times 5$
 $= \frac{5\sqrt{3}}{6}$

(2) 选择的条件是：① (请填①、②或③)

$\therefore b + c = a + b$
 $\therefore b + c = a + b$
 $\therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
 $\therefore \cos A = \frac{1}{2}$
 $\therefore A = \frac{\pi}{3}$
 $(A \in (0, \frac{2\pi}{3}))$
 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$
 $\frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{\sin B}$
 $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $\therefore A \in (0, \frac{2\pi}{3})$
 $\therefore A = \frac{\pi}{3}$

(2) 选择的条件是：① (请填①、②或③)

$\therefore b + c = a + b$
 $\therefore b + c = a + b$
 $\therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
 $\therefore \cos A = \frac{1}{2}$
 $\therefore A = \frac{\pi}{3}$
 $(A \in (0, \frac{2\pi}{3}))$
 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$
 $\frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{\sin B}$
 $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $\therefore A \in (0, \frac{2\pi}{3})$
 $\therefore A = \frac{\pi}{3}$

3.教学策略:

本题属于解三角形的基本问题，难度不大，扬州市均分大约在 8.77 左右，作为解答题第一题，也是新高考卷中为数不多的难度相对稳定，且能确保得分的基础题，还应当进一步提升得分率，使更多的同学得满分，建议在下一阶段的复习过程中，各校应注重三角函数基本问题的全面复习与过关训练，关注公式的理解记忆与正确应用，注重逻辑推理能力培养，尤其是从三角函数值到角的推导规则，以及从三角关系到角关系的逻辑原理，引导学生注意角的范围对解题的影响，注重学生运算能力的培养，注重数学表达的规范性要求，建议在解三角形问题中，根据题意，画出符合题意的图形辅助解题，减少无谓的失误。

点评教师：仪征中学 陈宏强

2021.01.05