

高一数学过关练(1)

一. 选择题:

1. 已知 α 是第二象限角, 则 $180^\circ - \alpha$ 是 ()

- A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角

2. 函数 $y = \sin x (\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2\pi}{3})$ 的值域是 ()

- A. $[-1, 1]$ B. $[\frac{1}{2}, 1]$ C. $[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ D. $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$

3. 函数 $y = \sin(x + \frac{5}{2}\pi)$ 的图象的一条对称轴方程是 ()

- A. $x = -\frac{\pi}{2}$ B. $x = \frac{\pi}{2}$ C. $x = \pi$ D. $x = \frac{3}{2}\pi$

4. 函数 $f(x) = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ 的单调增区间为 ()

- A. $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2}), k \in \mathbb{Z}$ B. $(k\pi, k\pi + \pi), k \in \mathbb{Z}$
C. $(k\pi - \frac{3\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4}), k \in \mathbb{Z}$ D. $(k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3\pi}{4}), k \in \mathbb{Z}$

二. 填空题:

5. $\cos \frac{47\pi}{6} =$ _____.

6. 已知 α 为第二象限角, 则 $\cos \alpha \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} + \sin \alpha \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2 \alpha}} =$ _____.

7. 函数 $y = \log_2(2 \sin x + 1)$ 的定义域为 _____.

8. $f(x)$ 是以 $\frac{\pi}{2}$ 为周期的偶函数, 且 $f(\frac{\pi}{3}) = 1$, 则 $f(-\frac{17}{6}\pi)$ 的值为 _____.

三. 解答题:

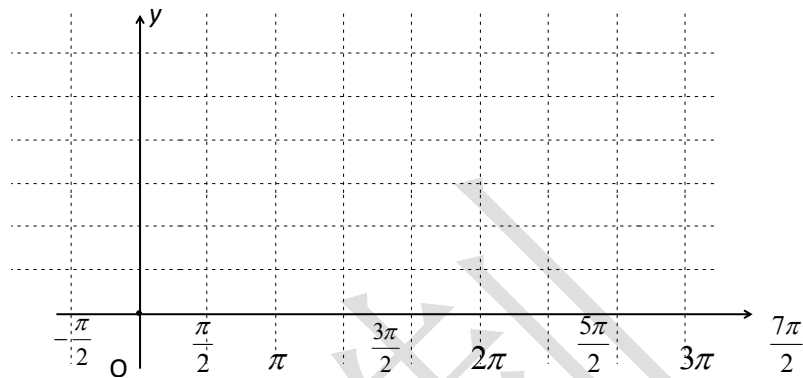
9. 已知 $\frac{4 \sin \theta - 2 \cos \theta}{3 \sin \theta + 5 \cos \theta} = \frac{6}{11}$, 求下列各式的值.

(1) $\frac{5 \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta - 3 \cos^2 \theta}$;

(2) $1 - 4 \sin \theta \cos \theta + 2 \cos^2 \theta$.

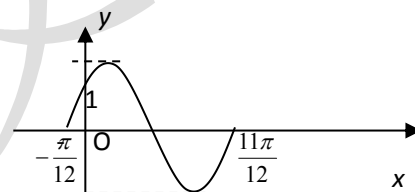
10. 已知函数 $f(x) = 3\sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}) + 3$.

- (1) 用五点法画出它在一个周期内的闭区间上的图象；
- (2) 说明此函数的图象可由 $y = \sin x$ 的图象经怎样的变换得到；
- (3) 求此函数的单调增区间.



11. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \phi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\phi| < \frac{\pi}{2}$) 一段的图象过点 $(0, 1)$, 如图所示.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 将函数 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 得到 $y = g(x)$ 的图象, 求 $y = g(x)$ 的单调减区间.



参考答案:

1. A 2. B 3. C 4. C

5. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 6. 0 7. $(-\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi)(k \in \mathbb{Z})$ 8. 1

9. 解: 当 $\cos \theta = 0$ 时, $\frac{4\sin \theta - 2\cos \theta}{3\sin \theta + 5\cos \theta} = \frac{6}{11}$ 不成立, 所以 $\cos \theta \neq 0$.

(1) 由 $\frac{4\sin \theta - 2\cos \theta}{3\sin \theta + 5\cos \theta} = \frac{6}{11}$ 得 $\frac{4\tan \theta - 2}{3\tan \theta + 5} = \frac{6}{11}$, 解得 $\tan \theta = 2$,

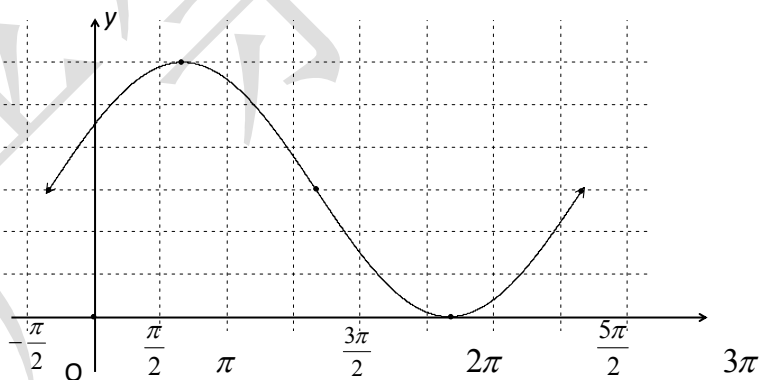
所以 $\frac{5\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta - 3\cos^2 \theta} = \frac{5}{\tan^2 \theta + 2\tan \theta - 3} = \frac{5}{4+4-3} = 1$.

(2) $1 - 4\sin \theta \cos \theta + 2\cos^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 4\sin \theta \cos \theta + 2\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}$

$= \frac{\tan^2 \theta - 4\tan \theta + 3}{\tan^2 \theta + 1} = \frac{4-8+3}{4+1} = -\frac{1}{5}$.

10. 解: (1) 列表

x	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{8\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{3}$
$\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	3	6	3	0	3



(2) ①由 $y = \sin x$ 的图象上各点向左平移 $\varphi = \frac{\pi}{6}$ 个长度单位, 得 $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ 的图象;

②由 $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ 的图象上各点的横坐标伸长为原来的 2 倍 (纵坐标不变), 得

$y = \sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6})$ 的图象;

③由 $y = \sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6})$ 的图象上各点的纵坐标伸长为原来的 3 倍 (横坐标不变), 得

$y = 3\sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6})$ 的图象;

④由 $y = 3\sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6})$ 的图象上各点向上平移 3 个长度单位, 得 $y = 3\sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}) + 3$ 的图象。

$$(3) \text{ 令 } -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq \frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z \text{ 得 } [-\frac{4\pi}{3} + 4k\pi, \frac{2\pi}{3} + 4k\pi](k \in Z)$$

所以函数的单调增区间是 $[-\frac{4\pi}{3} + 4k\pi, \frac{2\pi}{3} + 4k\pi](k \in Z)$ 。

11. 解: (1) 由图得, $T = \pi$, $\therefore \omega = 2$,

$$\because \text{图象过点 } (0, 1), \therefore A \sin \phi = 1, 2 \times (-\frac{\pi}{12}) + \phi = 0,$$

$$\therefore \phi = \frac{\pi}{6}, A = 2,$$

$$\therefore f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$$

$$(2) \text{ 由题意得, } g(x) = 2\sin[2(x - \frac{\pi}{4}) + \frac{\pi}{6}],$$

$$\therefore g(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3}),$$

$$\text{由 } 2x - \frac{\pi}{3} \in [2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}](k \in Z) \text{ 得, } x \in [k\pi + \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{11\pi}{12}](k \in Z)$$

$$\text{即 } y = g(x) \text{ 的单调减区间为 } [k\pi + \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{11\pi}{12}](k \in Z).$$

