

江苏省仪征中学高一年级 4 月月考

数 学

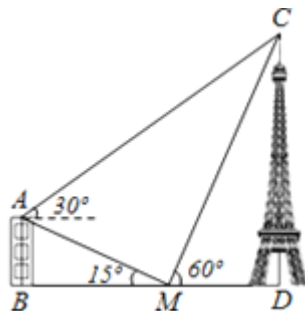
班级_____ 姓名_____

考生注意：

1. 本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟；
2. 本试卷主要考试内容：解三角形、直线与圆。

一、选择题（本大题共 12 小题，共 60.0 分）

1. 直线 $x = -1$ 的倾斜角为 ()
A. 0 B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. 不存在
2. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A 、 B 、 C 对应的边分别是 a 、 b 、 c ，已知 $A = 60^\circ$ ， $a = 4\sqrt{3}$ ， $b = 4$ ，则 B 等于 ()
A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°
3. 圆 $(x - 1)^2 + y^2 = 4$ 的半径是 ()
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$
4. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ， $b = 5$ ， $c = 5\sqrt{3}$ ， $A = 30^\circ$ ，则 a 等于 ()
A. 5 B. 4 C. 3 D. 10
5. 过点 $P(1, 2)$ 且与直线 $3x + y - 1 = 0$ 平行的直线方程是 ()
A. $3x + y - 5 = 0$ B. $x + 3y - 7 = 0$ C. $x - 3y + 5 = 0$ D. $x - 3y - 5 = 0$
6. 圆 $x^2 + y^2 - 4x = 0$ 在点 $P(1, \sqrt{3})$ 处的切线方程为 ()
A. $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$ B. $x + \sqrt{3}y - 4 = 0$ C. $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ D. $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$
7. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ，若 $2b\cos B = a\cos C + c\cos A$ ，则 $B =$ ()
A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$
8. 已知直线 $l_1: mx + (m - 3)y + 1 = 0$ ，直线 $l_2: (m + 1)x + my - 1 = 0$ ，若 $l_1 \perp l_2$ 则 $m =$ ()
A. 0 或 1 B. 1 C. $-\frac{3}{2}$ D. 0 或 $-\frac{3}{2}$
9. 如图，一栋建筑物 AB 的高为 $30 - 10\sqrt{3}m$ ，在该建筑物的正东方向有一个通信塔 CD ，在它们之间的地面点 M (B 、 M 、 D 三点共线) 处测得楼顶 A ，塔顶 C 的仰角分别是 15° 和 60° ，在楼顶 A 处测得塔顶 C 的仰角为 30° ，则通信塔 CD 的高为 ()
A. $30m$
B. $60m$
C. $30\sqrt{3}m$
D. $40\sqrt{3}m$
10. 已知圆 C 与圆 $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$ 关于直线 $y = -x$ 对称，
则圆 C 的方程是 ()
A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ B. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
C. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$ D. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$



11. 若方程 $\sqrt{1 - (x + a)^2} = x + 2$ 有两个不同的实数根，则实数 a 的取值范围为().
- A. $(2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2})$ B. $(-2 - \sqrt{2}, -2 + \sqrt{2})$
- C. $(2 - \sqrt{2}, 1]$ D. $[-1, \sqrt{2} - 2)$
12. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $(a^2 + b^2 - c^2)(a \cos B + b \cos A) = abc$ ，若 $a + b = 2$ ，则 c 的取值范围为()
- A. $(0, 2)$ B. $[1, 2)$ C. $[\frac{1}{2}, 2)$ D. $(1, 2]$

二、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

13. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，已知 $a = 1$ ， $c = 2$ ， $\cos C = \frac{1}{4}$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.
14. 经过点 $P(-3, 2)$ 且在 x 轴上的截距等于在 y 轴上的截距的 2 倍的直线方程为_____.
15. 已知坐标原点为 O ，过点 $P(2, 6)$ 作直线 $2mx - (4m + n)y + 2n = 0$ (m, n 不同时为零) 的垂线，垂足为 M ，则 $|OM|$ 的取值范围是_____.
16. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ ， $O_1: (x - 4)^2 + y^2 = 4$ ，动点 P 在直线 $x + \sqrt{3}y - b = 0$ 上，过 P 点分别作圆 O ，圆 O_1 的切线，切点分别为 A, B ，若满足 $PB = 2PA$ 的点 P 有且只有两个，则实数 b 的取值范围是_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70.0 分）

17. (10 分) 已知直线 $l_1: ax + y + a + 1 = 0$ 与 $l_2: 2x + (a - 1)y + 3 = 0$.

(1) 当 $a = 0$ 时，求直线 l_1 与 l_2 的交点坐标；

(2) 若 $l_1 // l_2$ ，求 a 的值.

18. (12 分) 已知关于 x 、 y 的方程 $C: x^2 + y^2 + 2x - 4y - m = 0$.

(1) 若方程 C 表示圆，求实数 m 的取值范围；

(2) 若圆 C 与直线 $l: x + 2y - 1 = 0$ 相交于 M, N 两点，且 $|MN| = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ，求实数 m 的值.

19. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $(2b - 3c)\cos A + 2a\cos B = 0$.

(1) 求 $\cos A$ 的值;

(2) 若 $a = 3$, $b + c = 5$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (12 分) 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(4, 3)$, AB 边上的高所在直线为 $x - y - 3 = 0$, D 为 AC 中点, 且 BD 所在直线方程为 $3x + y - 7 = 0$.

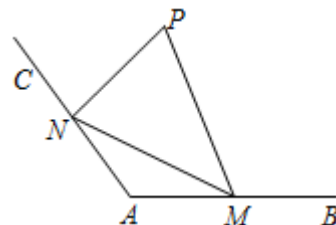
(1) 求顶点 B 的坐标;

(2) 求 BC 边所在的直线方程.

21. (12 分) 如图, 洪泽湖湿地为拓展旅游业务, 现准备在湿地内建造一个观景台 P , 已知射线 AB , AC 为湿地两边夹角为 $\frac{2\pi}{3}$ 的公路 (长度均超过 2 千米), 在两条公路 AB , AC 上分别设立游客接送点 M , N , 从观景台 P 到 M , N 建造两条观光线路 PM , PN , 测得 $AM = 2$ 千米, $AN = 2$ 千米.

(1) 求线段 MN 的长度;

(2) 若 $\angle MPN = \frac{\pi}{3}$, 求两条观光线路 PM 与 PN 之和的最大值.



22. (12 分) 已知圆 O 经过 $A(-1, 0)$, $B(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 两点, 且圆心 O 在直线 $l_1: y = x$ 上.

(1) 求圆 O 的方程;

(2) 若点 P 在直线 $l_2: 2x + y - 3 = 0$ 上, 过点 P 作圆的一条切线, C 为切点, 求切线长 PC 的最小值;

(3) 已知点 M 为 $(1, 1)$, 若在直线 $l_1: y = x$ 上存在定点 N (不同于点 M), 满足对于圆 O 上任意一点 Q , 都有 $\frac{|QN|}{|QM|}$ 为一定值, 求所有满足条件点 N 的坐标.