

圆锥曲线中的最值问题（教学案）

一. 课前热身

1. 已知直线 l 的方程为 $y=m$ 与双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 相交于 A, B 两点, 则 AB 的最小值为_____.

2. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上存在一点 P , 使得 $\angle F_1 P F_2 = 120^\circ$, 则离心率 e 的最小值为__

3. 已知点 F 是双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 的左焦点, 定点 $A(1, 4)$, P 是双曲线右支上动点, 则

$PF + PA$ 的最小值为_____.

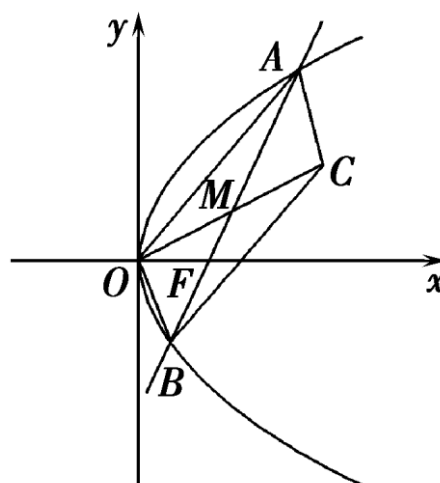
4. 已知抛物线 $y^2=4x$, 以抛物线上两点 $A(4,4)$ 、 $B(1,-2)$ 的连线为底边的 $\triangle ABP$, 其顶点 P 在抛物线的弧 AB 上运动, 求: $\triangle ABP$ 的最大面积及此时点 P 的坐标。

5. 已知椭圆 $C: x^2+2y^2=4$. O 为原点, 若点 A 在直线 $y=2$ 上, 点 B 在椭圆 C 上, 且 $OA \perp OB$, 求线段 AB 长度的最小值.

二、例题讲解

例 1、已知椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，且椭圆 C 上的点到焦点的距离的最小值为 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 。(1) 求椭圆 C 的方程；(2) 已知斜率 $k (k > 0)$ 的直线 l 过点 $T(0, 2)$ 且与椭圆 C 交于 A, B 两点，若在 x 轴上存在一点 E ，使 $\angle AEB = 90^\circ$ ，求 k 的最小值。

例 2、已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，过点 F 的直线交抛物线于 A, B 两点。点 M 在线段 AB 上运动，原点 O 关于点 M 的对称点为 C ，求四边形 $OACB$ 面积的最小值。



例 3、设椭圆中心在坐标原点 $A(2, 0)$ 、 $B(0, 1)$ 是它的两个顶点，直线 $y = kx (k > 0)$ 与椭圆交于 E, F 两点，求四边形 $AEBF$ 面积的最大值。