与平面向量相关的最值问题

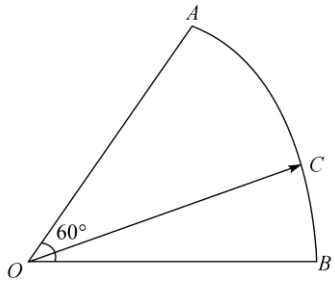
热点追踪

与平面向量共线有关的最值问题是高考的热点与难点,常以中档小题、压轴小题出现. 解决此类问题需要先根据题中的向量关系得出未知元之间的关系式,再求出目标的最值. 本专题主要研究平面向量线性表示背景下的最值问题,并在解决问题的过程中体会数学思想方法的灵活运用.

1 例题导引

因微而准 因微而细

例题：如图，在扇形 OAB 中，$\angle AOB=60°$，C 为弧 AB 上的一动点，若 $\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}(x，y\in\mathbf{R})$，求 $x+4y$ 的取值范围.

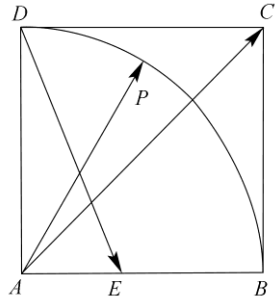


2 变式联想

联想问题 重构网络

变式 1 设点 A，B，C 为单位圆上不同的三点，若 $\angle ABC=\frac{\pi}{4}$，$\overrightarrow{OB}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OC}(m，n\in\mathbf{R})$，则 $m+n$ 的最小值为_____.

变式 2 如图，在正方形 ABCD 中，E 为 AB 的中点，P 为以 A 为圆心，AB 为半径的圆弧上的任意一点，设向量 $\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{DE}+\mu\overrightarrow{AP}(\lambda，\mu\in\mathbf{R})$，求 $\lambda+\mu$ 的最小值.



3 串讲激活

知识串联 融会贯通

串讲 1 已知△ABC 是边长为 3 的等边三角形，点 P 是以 A 为圆心的单位圆上一动点，点 Q 满足$\overrightarrow{AQ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AP}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，则$|\overrightarrow{BQ}|$的最小值为_____.

串讲 2 已知三角形 ABC 中，过中线 AD 的中点 E 任作一条直线分别交边 AB，AC 于 M，N 两点，设$\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AN}=y\overrightarrow{AC}(xy\neq 0)$，求 $4x+y$ 的最小值.

4 新题在线

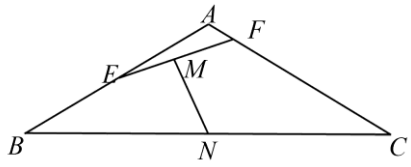
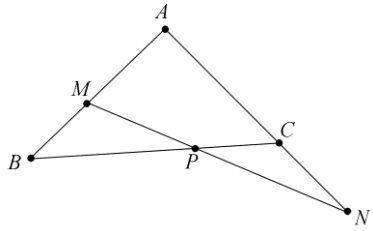
热点在线 精典新题

在矩形 ABCD 中，AB＝1，AD＝2，动点 P 在以点 C 为圆心且与 BD 相切的圆上，若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，求 λ＋μ 的最大值.

5 规范答题

答题标准 减少失分

1.如图，在等腰三角形 ABC 中，已知 AB＝AC＝1，∠A＝120°，E，F 分别是边 AB，AC 上的点，且$\overrightarrow{AE}=m\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AF}=n\overrightarrow{AC}$，其中 m，$n\in(0,1)$. 若 EF，BC 的中点分别为 M，N，且 $m+4n=1$，则$|\overrightarrow{MN}|$的最小值为_____.



2.在△ABC 中，点 P 满足$\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PC}$，过点 P 的直线与 AB，AC 所以直线分别交于点 M，N，若$\overrightarrow{AM}=m\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AN}=n\overrightarrow{AC}(m>0,n>0)$，求 $m+2n$ 的最小值.