

江苏省仪征中学午间练 5

1. (本小题满分 12 分)

已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 且满足 $c^2 = a^2 + ab$, 记 $\triangle ABC$ 的面积为 S .

(1) 求证: $C = 2A$;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, $b = 4$, 且 $\lambda < S$ 恒成立, 求实数 λ 的范围.

2. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + ke^x (k \in \mathbf{R})$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.

(1) 当 $k = 1$ 时, 求函数 $g(x) = xf'(x) - 2f(x) - x^3 + x + 2$ 的单调区间;

(2) 当 $k \geq 0$ 时, 求证: 对任意的 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 且 $x_1 > x_2$, 有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < \frac{f'(x_1) + f'(x_2)}{2}$.