江苏省仪征中学 2018-2019 学年第二学期期末复习讲义（1）

1. 函数 $y=\sqrt{\log_{0.5}(4x^2-3x)}$的定义域为______ ． 【答案】$[-\frac{1}{4},0)\cup(\frac{3}{4},1]$

2．函数 $y=\sqrt{4-2^x}$ 的值域为_____________． 【答案】$[0,2)$

3．已知复数 $z=\dfrac{1+2i}{3-i}$，其中 i 为虚数单位，则复数 z 的虚部是________． 【答案】$\dfrac{7}{10}$

4．若 $A_n^3=6C_n^4$，则 $n=$________． 【答案】7

5．有 3 男 2 女共 5 名学生被分派去 A，B，C 三个公司实习，每个公司至少 1 人，且 A 公司只要女生，共有_________种不同的分派方法.(用数字作答)【答案】34

6. 用数字 1、2、3、4、5 构成数字不重复的五位数，要求数字 1，3 不相邻，数字 2、5 相邻，则这样的五位数的个数是______(用数字作答)． 【答案】24

7. 已知函数 $f(x)=a^x+x^2-x\ln a$，对任意的x_1、$x_2\in[0,1]$，不等式$|f(x_1)-f(x_2)|\le a-1$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为______． 【答案】$[e,+\infty)$

8．已知条件 $p:x<a$，条件 $q:\dfrac{1-x}{x+2}\ge 0$．若 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的必要不充分条件，则实数 a 的取值范围是_____________． 【答案】$(1,+\infty)$

9. 从 5 男 3 女共 8 名学生中选出队长 1 人，副队长 1 人，普通队员 2 人组成 4 人志愿者服务队，要求服务队中至少有 1 名女生，共有______种不同的选法.(用数字作答)
【答案】780

10. 已知函数 $f(x)=\log_2(ax^2+2x+3)$，若对于任意实数 k，总存在实数 x_0，使得 $f(x_0)=k$ 成立，则实数 a 的取值范围是_________． 【答案】$\left[0,\dfrac{1}{3}\right]$

11．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}(-x+1),-1\le x\le t\\ -2|x-1|+1,t<x\le a\end{cases}$，若存在实数 t，使 $f(x)$ 的值域为$[-1,1]$，则实数 a 的取值范围是__________． 【答案】$(1,2]$

12．已知函数 $f(x)=2^{x-1}+a,g(x)=bf(1-x)$．其中 $a,b\in R$，若关于 x 的不等式 $f(x)\ge g(x)$ 的解的最小值为 2，则 a 的取值范围是____________． 【答案】$a\le -2,a>-\dfrac{1}{4}$

13． 已知复数 z 满足$|3+4i|+z=1+3i$．

(1)求$\dot{z}$；　　(2)求$\frac{(1+i)^2(3+4i)}{z}$的值．

【答案】解：(1)因为$|3+4i|=5$，
所以 $z=1+3i-5=-4+3i$ ，
所以$\dot{z}=-4-3i$；

(2) $\frac{(1+i)^2(3+4i)}{z}=\frac{2i(3+4i)}{-4+3i}=2$．

14. 已知函数 $f(x)$ 为定义在 R 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=\log_2 x$. 函数 $g(x)=2\log_2(2x+a)$，$a\in R$.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）若对 $\forall x\in[\frac{1}{4},\frac{9}{4}]$，$f(16x)\ge g(x)$，求实数 a 的取值范围；

（3）设 $a>-2$，求函数 $h(x)=g(x)-f(x)$，$x\in[1,2]$ 的最小值.

解：（1）$f(x)=\begin{cases}\log_2 x, x>0\\ 0, x=0\\ -\log_2(-x), x<0\end{cases}$

(2) $\because \forall x\in\left[\frac{1}{4},\frac{9}{4}\right], f(16x)\geqslant g(x)$,

$\therefore \forall x\in\left[\frac{1}{4},\frac{9}{4}\right], f(16x)_{\min}\geqslant g(x)_{\max}$,

$\because \forall x\in\left[\frac{1}{4},\frac{9}{4}\right], f(16x)=\log_2(16x)$

$=\log_2 16+\log_2 x$

$=4+\log_2 x$

$\geqslant 4+\log_2\frac{1}{4}$

$=2,$

$\therefore \forall x\in\left[\frac{1}{4},\frac{9}{4}\right], f(16x)_{\min}=2,$

$\because \forall x\in\left[\frac{1}{4},\frac{9}{4}\right], g(x)=2\log_2(2x+a)\leqslant 2\log_2\left(\frac{9}{2}\right.$

$\therefore \forall x\in\left[\frac{1}{4},\frac{9}{4}\right], g(x)_{\max}=2\log_2\left(\frac{9}{2}+a\right),$

$\therefore 2\log_2\left(\frac{9}{2}+a\right)\leqslant 2,$

$\therefore \begin{cases}\frac{9}{2}+a>0\\ \frac{9}{2}+a<2\end{cases}$,解得 $-\frac{9}{2}<a<-\frac{5}{2}$,

$\therefore$ 实数 a 的取值范围是 $\left(-\frac{9}{2},-\frac{5}{2}\right)$.

(3) $\because a>-2, x\in[1,2]$,

$\therefore h(x)=g(x)-f(x)=2\log_2(2x+a)-\log_2 x=\log_2$

$\because y=\log_2 x$ 是增函数,

$\therefore -2<a<0$ 时, $2+\frac{a}{x}$ 是增函数

, $\left[\log_2\left(2+\frac{a}{x}\right)\right]_{\min}=\log_2(2+a),$

$a=0$ 时, $\left[\log_2\left(2+\frac{a}{x}\right)\right]_{\min}=\log_2 2=1,$

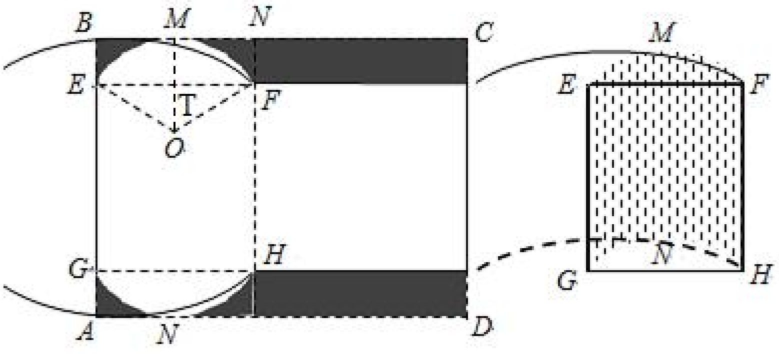
$a>0$ 时, $2+\frac{a}{x}$ 是减函数

, $\left[\log_2\left(2+\frac{a}{x}\right)\right]_{\min}=\log_2\left(2+\frac{a}{2}\right).$

15. 有一矩形硬纸板材料(厚度忽略不计)，一边 AB 长为 6 分米，另一边足够长.现从中截取矩形 $ABCD$(如图甲所示)，再剪去图中阴影部分，用剩下的部分恰好能折卷成一个底面是弓形的柱体包装盒(如图乙所示，重叠部分忽略不计)，其中 $OEMF$ 是以 O 为圆心、$\angle EOF=120^{\circ}$的扇形，且弧$\hat{EF}$，$\hat{GH}$ 分别与边 BC，AD 相切于点 M，N.

(1)当 BE 长为 1 分米时，求折卷成的包装盒的容积;

(2)当 BE 的长是多少分米时，折卷成的包装盒的容积最大?



图甲　　　　图乙

【答案】解：(1)在图甲中，连接 MO 交 EF 于点 T.设 $OE=OF=OM=R$，

在 $Rt_{\triangle OET}$中，因为$\angle EOT=\frac{1}{2}\angle EOF=60^{\circ}$，

所以 $OT=\frac{R}{2}$，则 $MT=0M-OT=\frac{R}{2}$.

从而 $BE=MT=\frac{R}{2}$，即 $R=2BE=2$.

故所得柱体的底面积 $S=S_{扇形OEF}-S_{\triangle OEF}=\frac{1}{3}\pi R^2-\frac{1}{2}R^2\sin120^{\circ}=\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$，

又所得柱体的高 $EG=4$，

所以 $V=S\times EG=\frac{16\pi}{3}-4\sqrt{3}$.

答：当 BE 长为 1(分米)时，折卷成的包装盒的容积为$\frac{16\pi}{3}-4\sqrt{3}$立方分米.

(2)设 $BE=x$，则 $R=2x$，所以所得柱体的底面积

$S=S_{扇形OEF}-S_{\triangle OEF}=\frac{1}{3}\pi R^2-\frac{1}{2}R^2\sin120^{\circ}=(\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3})x^2$，

又所得柱体的高 $EG=6-2x$，

所以 $V=S\times EG=(\frac{8\pi}{3}-2\sqrt{3})(-x^3+3x^2)$，其中 $0<x<3$.

令 $f(x)=-x^3+3x^2$，$0<x<3$，

则由 $f'(x)=-3x^2+6x=-3x(x-2)=0$，

解得 $x=2$.

列表如下：

x	$(0,2)$	2	$(2,3)$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	增	极大值	减

所以当 $x=2$ 时，$f(x)$取得最大值.

答：当 BE 的长为 2 分米时，折卷成的包装盒的容积最大.

16. 已知函数 $f(x)=\dfrac{ax}{x+b}$，且 $f(1)=1$， $f(-2)=4$.

（1）求 a、b 的值；

（2）当 $x\in[1,2]$时，不等式 $f(x)\le\dfrac{2m}{(x+1)|x-m|}$ 恒成立，求实数 m 的取值范围；

（3）设函数 $h(x)=\dfrac{k(x+1)\cdot f(x)}{8(x^2+4)}$，$x\in[2,+\infty)$，函数 $g(x)=\dfrac{1}{2}^{|x-k|}$，$x\in(-\infty,2)$，若对任意 $x_1\in[2,+\infty)$，总存在唯一的 $x_2\in(-\infty,2)$，使得 $h(x_1)=g(x_2)$，求实数 k 的取值范围.

解：（1）$\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$

（2）$|x-m|\neq 0$

$\therefore\ 0<m<1$ 或 $m>2$

$m\dfrac{x-1}{x}\le x\le m\dfrac{x+1}{x}$

① $x\in\{1\}$ $\therefore\dfrac{1}{2}\le m<1或m>2$

② $x\in(1,2]$

$$\begin{cases}m\le\left(\dfrac{x^2}{x-1}\right)_{\min}\\ m\ge\left(\dfrac{x^2}{x-1}\right)_{\max}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{4}{3}\le m\le 4\\ 0<m<1或m>2\end{cases}$$

$\therefore\ 2<m\le 4$

综上：$2<m\le 4$

（2）设 $h(x)$ 值域为 A， $g(x)$ 的值域为 B，$\therefore A\subseteq B$

① $k\le 0$ $A=\left[\dfrac{k}{16},0\right)$ 不满足要求；

② $k>0$ $A=\left(0,\dfrac{k}{16}\right]$

a） $k\ge 2$ $B=(0,2^{2-k})$

b） $k<2$ $B=(0,1]$

综上：$4>k>0$