

等差数列概念的引入教学设计与反思

陈纪华 (江苏省昆山市教研室 215300)

陶 华 (江苏省昆山中学 215300)

概念是反映对象本质属性的思维形式. 高中数学课程标准指出: 教学中应加强对基本概念的理解和掌握, 对核心概念要贯穿高中数学教学的始终. 因此, 加强概念教学研究是提高课堂教学有效性的重要手段. 在概念教学中, 概念引入是帮助学生认识概念、渗透意识、提升能力的重要环节. 笔者通过设计等差数列概念的引入教学, 旨在和同行一起交流探究数学概念教学的有效模式.

1 基本情况

1.1 授课对象

学生来自四星级重点高中普通班, 基础较好, 有一定的理解、运算和推理论证能力.

1.2 教学设计

(1) 教材分析

所用教材为《普通高中课程标准实验教科书·数学(必修5)》(苏教版), 教学内容为“等差数列的

概念”. 这节内容是学生深入研究特殊数列模型的开始, 在整个数列学习过程中有承上启下的作用.

(2) 教学目标

① 体会等差数列是用来刻画一类离散现象的重要数学模型, 理解等差数列的概念;

② 在探索活动中培养学生观察、分析的能力, 培养学生由特殊到一般的归纳能力.

(3) 教学重点和难点

重点: 等差数列概念的理解和使用概念解决问题;

难点: 等差数列概念的形成过程, 培养观察、分析、归纳能力.

2 教学过程

(等差数列概念形成教学片段)

师: 上一节课我们学习了数列的概念. 请同学们回顾一下, 怎样的数学模型我们称之为数列?

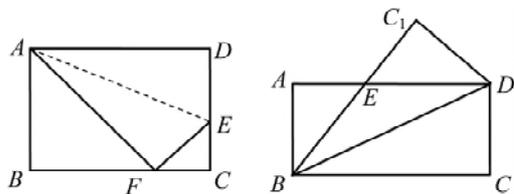


图 4

图 5

点评 通过一题多变, 旨在提高学生思维能力. 这一变式题求解过程并不复杂, 但通过对原题的适当的变形、适度的引申, 有利于引导学生深入挖掘、大胆猜想、积极探求, 有利于激发和培养学生的探究精神.

4 启示

追求课堂高效, 实施“问题导学”, 还要注意以下几点:

(1) 引导学生主动思考, 创设问题情境是方向

在教学活动开始时, 针对教学目标和教学内容, 提出一个或几个问题, 让学生思考, 对问题进行分析、解答. 精心设计问题引入课题, 能够集中学生注意力, 引发学生的学习思考, 让学生产生悬

念, 吸引、诱导学生积极主动地探索知识. 在探究新知时, 把数学知识中所涉及的内容通过问题串的形式分解难点, 逐步让学生发现其中蕴含的数学规律.

(2) 引导学生敢想, 营造民主和谐的氛围是途径

教师与学生要形成相互尊重、信任的人际关系, 对学生提出的新观点、新问题和不同意见要悉心聆听, 并尽可能地对其思想的标新立异之处和思维闪光点给予鼓励评价. 教师要善于运用教学契机, 充分利用教学中生成的资源, 使学生敢于亮出自己的观点, 体会到不同观点的价值, 共同分享提高.

(3) 引导学生有效突破难点是关键

教师应根据教学目标, 不断设置富有启迪性、拓展思维和调动学生学习主动性的问题, 让学生发生错误时迷途知返; 让学生在理解重点处画龙点睛; 让学生在理解参差不齐时拨开云雾见青天; 还能够让学生在理解不全时追求完善.

生1:按照一定次序排列的一列数我们称为数列.

师:那么,这三列数是数列吗?

(教师板书如下三个数列)

(1) 奥运会举办的年份(23届至今):1984, 1988, 1992, 1996, 2000, 2004, 2008, 2012;

(2) 鞋子的尺码:43, 42, 41, 40, 39, 38, 37, 36, 35;

(3) 常数列:2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2.

并且,它们有什么共同点吗?

(学生观察这三个数列一分钟)

生2:第一,项与项之间的间距相等.第二,(1)中的数越来越大,(2)中的数越来越小,(3)中的数不变.

师:三者的共同特征呢?

(独立思考后,又进行片刻的分组讨论)

生3:数列中相邻两项的差都一样.

师:你所指的相邻两项是什么意思?请具体地说.

生3: $1988 - 1984 = 1992 - 1988, 43 - 42 = 42 - 41, 2 - 2 = 2 - 2$.

师:可以用数学语言描述吗?

生3:数列中每一项与前一项的差都相等.

师:如果对于一般的数列 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ 又该如何用符号表示呢?

生4:应该是 $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$

(同学们都点头赞同,表明他们的想法与生4相同)

师:如何用文字语言描述数列的这个特点呢?

(稍停顿后)

生5:数列中的每一项与前一项的差相等.

师:这个差究竟是什么呢?

生5:差为同一个数.

师:一定要是数吗?

生5:哦,不一定,比如数列 $3, 3+b, 3+2b, 3+3b, 3+4b, \dots$ 它的每一项与前一项的差也相等.所以,只要差为同一个值,不一定要是同一个数.

师:还有什么要补充的吗?

生6:第一项与前一项无法作差,所以应该是从第二项起.

(老师满意地点点头)

师:如果按照另一种想法,就是数列每一项与后一项的差相等,那会有什么问题呢?

众生:最后一项没法与后一项相减.

师:哪种表示比较好呢?

众生:前者比较好表达.

师:那么,你们认为像这样的数列,我们应该给个什么称呼呢?

(学生们讨论后,大家决定称其为等差数列,也有同学称其为差等数列)

(老师在黑板上板书课题及等差数列的完整定义,并把刚才的结果书写出来)

师: $a_2 - a_1 = d, a_3 - a_2 = d, a_4 - a_3 = d, \dots$ 就这样写下去写得完吗?如果写不完,能否用一个式子来表示?

生7: $a_{n+1} - a_n = d (n \in \mathbf{N}^*)$.

生8: $a_n - a_{n-1} = d (n \in \mathbf{N}^*)$.

师:这两个同学的答案都是对的吗?

生8(立刻补充): $a_n - a_{n-1} = d$, 这里 $n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n \geq 2$.

师:非常好!如此与刚才的文字描述就一致了.请大家再思考,等差数列的定义,除了用上述表示法,还可以用其他语言或式子表示吗?

生9:可以写成 $a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$, 对任意 $n \geq 2$ 成立.

师:其他同学认为可以吗?

(片刻讨论之后)

生10:可以.若 $n=2$, 则 $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$; 若 $n=3$, 则 $a_3 - a_2 = a_4 - a_3; \dots$ 这样符合等差数列的定义了.

师:很好,大家对等差数列有了一定的认识.那么,如果写成 $a_n - a_{n-1} = a_{n+2} - a_{n+1}$ 对任意 $n \geq 2$ 成立,也能表示等差数列吗?

(停留半分钟,同学们各自研究起来.老师发现学生11已经在草稿纸上写起来,于是请他起来说说自己的想法.)

生11:对于给出的这个式子,当 $n=2$ 时,则 $a_2 - a_1 = a_4 - a_3$. 此时,未必有 $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$. 由于前三项未必成等差数列,故不能这样表示.只能说明 $a_2 - a_1 = a_4 - a_3 = a_6 - a_5 = \dots$ 和 $a_3 - a_2 = a_5 - a_4 = a_7 - a_6 = \dots$

师:非常好!他用了特殊化的方法,此方法我们在研究数学问题中经常要用到.能否再举一个具体例子说明这个问题呢?

生12:可以,数列 $1, 2, 5, 6, 9, 10, \dots$ 满足条件,但不是等差数列.

师:很好,说明一个命题不成立,只需举一个

反例——事实胜于雄辩！

师：通过这个问题我们发现，当面对一个问题无从下手时，往往可以把这个问题特殊化，尤其是对于含有字母的式子。我们有的同学每次看到问题中含有字母就头疼，原因在于不理解字母的含义和作用。在这种情况下我们可以先取几个特殊值来帮助理解，再作判断。请同学们通过下面的练习题巩固等差数列的概念。

（教师板书如下练习）

练习1 判断下列数列是否是等差数列：

(1) 1, 1, 1, 1, 1, 1;

(2) 7, 12, 17, 22, 27;

(3) 1, 0, 1, 0, 1, 0;

(4) $-3, -2, -1, 1, 2, 3$;

(5) $a, a+m, a+2m, a+3m, a+4m$.

练习2 已知 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_{2n}$ 是公差为 d 的等差数列。

(1) $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1$ 也是等差数列吗？如果是，公差是多少？

(2) $a_2, a_4, a_6, \dots, a_{2n}$ 也是等差数列吗？如果是，公差是多少？可以用定义证明吗？

教师小结 (1) 等差数列是指从第二项起，每一项与前一项的差为同一个常数。用符号可表示为 $a_n - a_{n-1} = d$ 或 $a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n (n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2)$ 。

(2) 等差数列的概念的形成过程，是由“特殊”来研究“一般”的过程，将具体问题抽象概括为数学问题的过程，充分体现了“归纳”的意识。

3 教学反思

3.1 认识概念引入的重要性

目前数学概念教学中，有一些教师只是让学生知道概念是什么，以及通过练习帮助学生掌握概念。这种方式虽然能帮助学生理解和掌握概念，但是会模糊概念产生的背景，甚至导致学生不知道为什么学这个概念，从而严重影响了学生学习数学的兴趣，隐含在概念形成过程中的数学思想方法的培养和渗透更是无法实现。所以，只有充分认识到教学中概念引入的重要性，教师才能抓住概念教学的契机，进行有效教学。

3.2 注重概念形成的主体性

概念引入要体现以学生为主体。首先，概念引入要充分考虑学生的知识、经验、思维和判断能力。奥苏伯尔说过：“影响学习的唯一重要的因素，就是学习者已经知道了什么，要探明这一点，并应

据此进行教学。”学生熟知的生活情景和经验往往是概念引入的重要切入点，比如在本课中提到的奥运会举办年份、鞋子尺码等。当然，引入时不要刻意用比较繁琐的问题，这样反而会冲淡主题。

其次，概念形成过程应该是老师引导下的学生探究过程。教师可以根据教材要求和学生的实际情况，预先设计好问题串，促进学生完成对整个概念的理解。学生可以通过自主探究、合作交流、问题反馈和问题辨析等，在问题解决过程中逐渐实现对概念的理解。

再次，概念引入时的举例要有代表性，如本课中的三个例子分别反映了递增、递减和常数列这三类等差数列。

3.3 透析概念的本质属性

首先，重视概念中重要字、词的理解。学生掌握概念的关键是正确理解概念中的重要字、词。例如，等差数列定义中的“从第二项起”、“每一项与它的前一项的差”、“同一个常数”的含义，一定要理解透彻。对于概念中的重要字、词应从多角度、多层次进行剖析，从而有利于学生对概念的理解。

其次，重视对新旧概念联系的理解。数学中有很多定义都有密切的联系，如等差数列和等比数列、数列与函数等。我们在教学中要引导学生善于寻找、分析、归纳，用类比方法引入定义，从而有利于学生对概念的理解。

最后，通过对比和反例加深对概念的理解。在本课中学生11回答的问题，正是通过与前者的对比，加深对等差数列概念的理解。

3.4 重视概念的应用性

数学概念形成之后，引导学生利用概念解决数学问题和发现概念在解决问题中的作用，是数学概念教学的一个重要环节。主要教学方法有：(1) 加强对易混淆的概念的辨析。通过对易混淆的概念的对比和辨析，加深对概念知识结构的理解和巩固；(2) 设计配套的题组。概念深化与熟练运用一定要有一个过程，需要学生在后续学习中不断加深理解。

总之，数学概念教学是整个高中数学教学的重要环节，是基础知识和基本技能教学的核心。教师们一定要走出轻视概念引入和形成教学的误区，精心设计，大胆尝试，和学生们共同参与到概念的形成过程中，进一步提升学生的思维能力，从而达到对概念本质的理解。